



Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН
(ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, Москва)

Южный федеральный университет
(ЮФУ, Ростов-на-Дону)

Институт математики, механики
и компьютерных наук им. И. И. Воровича
(ИММиКН, Ростов-на-Дону)

СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Тезисы

XVII Всероссийской конференции-школы
молодых исследователей

(пос. Abrau-Dyurso, 11–16 сентября 2017 г.)

Ответственные редакторы
Г. В. Муратова, И. Н. Шабас

Ростов-на-Дону – Таганрог
2017

УДК 519.6(063)

ББК 22.19я43

С568

С568 **Современные проблемы математического моделирования** : тезисы XVII Всероссийской конференции-школы молодых исследователей / Южный федеральный университет ; отв. ред. Г. В. Муратова, И. Н. Шабас. – Ростов-на-Дону ; Таганрог : Издательство Южного федерального университета, 2017. – 78 с.

ISBN 978-5-9275-2544-7

В сборнике представлены тезисы докладов участников XVII Всероссийской конференции-школы молодых исследователей «Современные проблемы математического моделирования», организованной Институтом прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН и Институтом математики, механики и компьютерных наук им. И. И. Воровича Южного федерального университета.

Публикуется в авторской редакции.

УДК 519.6(063)

ББК 22.19я43

ISBN 978-5-9275-2544-7

© Южный федеральный университет,
2017

Оглавление

КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ С УСЛОВИЯМИ ОТРАЖЕНИЯ И ПРЕЛОМЛЕНИЯ Амосов А.А.	9
ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ НЕФТЯНОГО РАЗЛИВА В ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ РИСКОМ ЗАГРЯЗНЕНИЯ ОХРАНЯЕМЫХ АКВАТОРИЙ Асеев Н.А., Шелопут Т.О.	11
ПОСТРОЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТНОЙ МОДЕЛИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ РАДИОНУКЛИДОВ В КРУПНЫХ ВОДНЫХ АКВАТОРИЯХ НА ПРИМЕРЕ <БУХТЫ РАЗБОЙНИК> Асфандияров Д.Г., Сороковикова О.С., Дзама Д.В.	12
ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ МИКРОМАСШТАБНОЙ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ К ВХОДНЫМ ПАРАМЕТРАМ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ТЕЧЕНИЙ В ГОРОДСКОЙ ЗАСТРОЙКЕ Благодатских Д.В., Сороковикова О.С., Дзама Д.В.	13
ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТРЕХФАЗНОГО ТЕЧЕНИЯ В ТРЕЩИНЕ ГИДРОРАЗРЫВА ПЛАСТА Булгакова Г.Т., Киреев Т.Ф.	14
РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН В СЛОИСТОЙ СРЕДЕ С ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКИМИ ПРОСЛОЙКАМИ Бураго Н.Г., Журавлев А.Б., Никитин И.С.	15
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ РАСЧЕТА ПРЕССОВАНИЯ И СПЕКАНИЯ ПОРОШКОВЫХ МАТЕРИАЛОВ Бураго Н.Г., Никитин И.С.	16
ОЦЕНКА ДОЛГОВЕЧНОСТИ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ РЕЖИМОВ УСТАЛОСТНОГО РАЗРУШЕНИЯ С ОПРЕДЕЛЕНИЕМ КРИТИЧЕСКОЙ ПЛОСКОСТИ Бураго Н.Г., Никитин А.Д., Никитин И.С., Якушев В.Л.	17
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МЕТОДИКА ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ИСТОЧНИКА ЦУНАМИ Быков А.А., Винников Е.В., Шеломенцев А.А.	18
ОБЗОР И СРАВНЕНИЕ ПОГЛОЩАЮЩИХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ ДЛЯ FDTD-СХЕМЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА Вшивков В.А., Генрих Е.А.	19
ГИБРИДНЫЕ МОДЕЛИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ БЕССТОЛКНОВИТЕЛЬНЫХ ПЛАЗМЕННЫХ ПОТОКОВ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ Вшивкова Л.В., Дудникова Г.И.	20

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ ДАННЫХ ОБЕСПЕЧИВАЮЩИЕ БАЛАНСИРОВКУ ЗАГРУЗКИ СОВРЕМЕННЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ	
Гладких В.С., Козырев А.Н., Свешников В.М.	21
ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТЕПЛОВЫХ ПОЛЕЙ С УЧЕТОМ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ	
Гладких В.С., Петухов А.В.	22
СХЕМЫ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА, ОСНОВАННЫЕ НА ТОЖДЕСТВЕ МАРЧУКА, ДЛЯ ОЦЕНКИ ОПЦИОНОВ В МОДЕЛИ БЛЭКА-ШОУЛЗА	
Горбенко Н.И.	23
РАЗНОСТНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ	
Гордин В.А., Цымбалов Е.А., Шемендюк А.А.	24
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КРОВЕНОСНЫХ КАПИЛЛЯРОВ И ПОТОКА КРОВИ ЧЕРЕЗ НИХ	
Городнова Н.О.	26
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИ УЧЕТЕ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ ТЕЧЕНИЙ ЖИДКОСТИ, ВОЗНИКАЮЩИХ В РЕЗУЛЬТАТЕ РАЗРУШЕНИЯ ПЛОТИНЫ	
Дерябин С.Л., Кирьянова А.С.	27
1D-3D МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ КРОВИ ДЛЯ МЕДИЦИНСКИХ ПРИЛОЖЕНИЙ	
Добросердова Т.К.	28
РАЗНОСТНЫЕ НЕОТРАЖАЮЩИЕ ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ МНОГОМЕРНЫХ ЗАДАЧ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ	
Дородницын Л.В.	29
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СМЕШЕНИЯ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ ГАЗОВ МЕТОДОМ «КАБАРЕ»	
Зайцев А.М.	31
О БАЛАНСЕ ЭНТРОПИИ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ КГД СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ	
Злотник А.А.	33
О СЛАБОЙ КОНСЕРВАТИВНОСТИ КГД-РАЗНОСТНОЙ СХЕМЫ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ОДНОМЕРНОЙ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ	
Злотник А.А., Ломоносов Т.А.	34
О КОНЦЕПЦИИ ИНТЕГРИРОВАННОГО ПРОГРАММНОГО ОКРУЖЕНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫХ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ	
Ильин В.П.	35

АНГЛОЯЗЫЧНАЯ МАГИСТЕРСКАЯ ПРОГРАММА МЕХМАТА
ЮФУ «COMPUTATIONAL MECHANICS AND INFORMATIONAL
TECHNOLOGIES»

Карякин М.И., Надолин К.А., Наседкин А.В.	36
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАГРЕВА НЕФТЯНОГО ПЛАСТА ВЫСОКОЧАСТОТНЫМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ПОЛЕМ	
Киреев В.Н., Давлетбаев А.Я., Ковалева Л.А.	37
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЗАДАЧАХ АКТИВНОЙ СЕЙСМОЛОГИИ	
Ковалевский В.В.	38
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ РЯДОВ ПРИ МОДЕ- ЛИРОВАНИИ ТЕЧЕНИЙ ВЯЗКОГО ТЕПЛОПРОВОДНОГО ГАЗА И ЧИСЛЕННОЕ ПОСТРОЕНИЕ РЕШЕНИЯ С ПРИМЕНЕНИЕМ РАС- ПАРАЛЛЕЛИВАНИЯ	
Козлов П.А.	39
ИССЛЕДОВАНИЕ РЕШЕНИЯ ДВУМЕРНЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ НА ЛОКАЛЬНО-МОДИФИЦИРОВАННЫХ КВАЗИСТРУКТУРИР- ОВАННЫХ СЕТКАХ	
Козырев А.Н., Свешников В.М.	40
РАСЧЕТ ЗАДАЧИ МИКРОМАСШТАБНОЙ МОДЕЛИ АТМОСФЕРЫ ДЛЯ НЕСЖИМАЕМОЙ СРЕДЫ	
Кондаков В.Г.	41
ПРЕДОБУСЛАВЛИВАТЕЛЬ С ПРОЕКТОРАМИ ДЛЯ СМЕШАН- НЫХ МЕТОДОВ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ	
Крамаренко В.К., Кузнецов Ю.А.	42
МЕТОД СЕЛЕКТИВНОЙ ФУНКЦИИ ДЛЯ МОДЕЛИ СОСУЩЕ- СТВОВАНИЯ ПОПУЛЯЦИЙ НА НЕОДНОРОДНОМ АРЕАЛЕ	
Кругликов М.Г., Цибулин В.Г.	43
ВЛИЯНИЕ КОРРОЗИОННОГО ИЗНОСА НА СЛОЖНЫЕ КОЛЕБА- НИЯ ФИЗИЧЕСКИ И ГЕОМЕТРИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНОЙ БАЛКИ БЕРНУЛЛИ-ЭЙЛЕРА В РАМКАХ СВЯЗАННОЙ ЗАДАЧИ ТЕРМО- ДИНАМИКИ	
Крылова Е.Ю., Папкова И.В., Крысько В.А.	44
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ В ЗАДАЧЕ ИМПУЛЬСНОГО НАГРЕВА НА ОСНОВЕ ИНЖЕКТОРА ЭЛЕКТРОНОВ	
Лазарева Г.Г., Аракчеев А.С.	45
ПРЕДОБУСЛОВЛИВАНИЕ МЕТОДОВ ПОДПРОСТРАНСТВА КРЫ- ЛОВА КОСОСИММЕТРИЧНЫМИ ИТЕРАЦИЯМИ	
Мартынова Т.С.	46
МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕКОМПЕТЕНТНОСТИ ВО ВЛАСТНЫХ СТРУКТУРАХ	
Михайлов А.П., Прончева О.Г.	47

МНОГОТОЧЕЧНЫЕ МОДЕЛИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СИГНАЛА В НЕРВНОМ ВОЛОКНЕ	
Муратова Г.В., Бавин В.Б.	48
МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА САМОВОСПЛАМЕНЕНИЯ УГЛЕВОДОРОДНОЙ СМЕСИ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ ПРИ ЗАКАЧКЕ ВОЗДУХА	
Мусин А.А., Марьин Д.Ф., Сельтикова Е.В., Тухбатова Э.Р. ..	49
ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ЖИДКОСТЕЙ НА ПРОЦЕСС РАССЛОЕНИЯ ВОДОНЕФТЯНОЙ ЭМУЛЬСИИ	
Мусин А.А., Юлмухаметова Р.Р., Тухбатова Э.Р., Ковалева Л.А.	50
РЕДУЦИРОВАННЫЕ МОДЕЛИ РУСЛОВЫХ ПОТОКОВ И ИХ ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ	
Надолин К.А., Жилиев И.В.	51
ПРИНЦИПЫ МАКСИМУМА В МОДЕЛЯХ МНОГОФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ	
Новиков К.А.	52
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИ РАЗНОРОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЕДИНОМ ЧИСЛЕННОМ КОДЕ	
Острик А.В.	53
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ САМОРАЗОГРАВА ГИБКОЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ В ПЛАНЕ ПЛАСТИНЫ С УЧЕТОМ ФИЗИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ	
Папкова И.В., Мицкевич С.А., Крысько А.В.	54
КОРРЕКТНЫЕ МЕТОДЫ ДЛЯ ПРЯМЫХ И ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ С ДИАГНОСТИКОЙ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЕЙ	
Пененко В.В.	55
МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОМЫСЛОВОЙ ПОПУЛЯЦИИ ПРИ ВАРИАТИВНОСТИ ТЕМПОВ ИНДИВИДУАЛЬНОГО РАЗВИТИЯ	
Переварюха А.Ю., Дубровская В.А.	56
АНАЛИТИЧЕСКОЕ И ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ ВЫБОРА ПОЗИЦИЙ ИНДИВИДАМИ ПРИ ИНФОРМАЦИОННОМ ПРОТИВОБОРСТВЕ В СОЦИУМЕ	
Петров А.П., Прончева О.Г.	57
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАЛОСЖИМАЕМЫХ И НЕСЖИМАЕМЫХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ УПРУГОГО ТЕЛА ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ГЕМОДИНАМИКИ	
Саламатова В.Ю., Лозовский А.В., Ольшанский М.А., Василевский Ю.В.	58
ИССЛЕДОВАНИЕ СХОДИМОСТИ МЕТОДОВ ТИПА РУНГЕ-КУТТЫ ДЛЯ ЗАДАЧ ХАОТИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ НА ПРИМЕРЕ	

КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ГИБКИХ БАЛОК Салтыкова О.А., Папкова И.В., Крысько В.А.	59
ВЫСОКОТОЧНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗМУЩЁННОГО ДВИЖЕНИЯ ИСКУССТВЕННЫХ СПУТНИКОВ ЗЕМЛИ НА ОСНОВЕ ГЕТЕРОГЕННЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СТРУКТУР Сергеев С.И.	60
РАЗНОСТНАЯ СХЕМА ДЛЯ СОПРЯЖЕННО-ОПЕРАТОРНОЙ МОДЕЛИ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В ПОЛЯРНЫХ КООРДИНАТАХ Сорокин С.Б.	62
ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ МУЛЬТИСКВАЖЕННОЙ ДЕКОНВОЛЮЦИИ Тимербаев М.Р.	63
РЕАЛИЗАЦИЯ ВЕРОЯТНОСТНОГО ПОДХОДА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ КАК ГРИД ВЕБ-ПРИЛОЖЕНИЯ Холодков К. И., Алёшин И. М.	64
МЕТАН В БАЙКАЛЕ: МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ Цветова Е.А.	66
ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ СГОННО-НАГОННЫХ КОЛЕБАНИЙ УРОВНЯ ВОДЫ УСТЬЕВОЙ ОБЛАСТИ ДОНА НА МОРФОМЕТРИЮ РУСЛА Чикин А.Л., Клещенков А.В., Чикина Л.Г.	67
ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ИЗМЕНЕНИЯ СОЛЕНОСТИ В ТАГАНРОГСКОМ ЗАЛИВЕ ПРИ СГОННО-НАГОННЫХ ЯВЛЕНИЯХ Чикин А.Л., Клещенков А.В., Чикина Л.Г.	69
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В АЗОВСКОМ МОРЕ Шабас И.Н., Селютин В.В., Чикина Л.Г., Чикин А.Л.	71
ОПЫТ ПОСТРОЕНИЯ И ПРИМЕНЕНИЯ ПЛАНШЕТА <ДОРОЖНЫХ КАРТ> ДЛЯ ПРОГНОЗА ЭКСПЕРТАМИ ЭВОЛЮЦИИ СОЦИУМА РОССИИ Шведовский В.А.	72
ВАРИАЦИОННАЯ АССИМИЛЯЦИЯ ДАННЫХ О ТЕМПЕРАТУРЕ ДЛЯ МОДЕЛИ ГИДРОТЕРМОДИНАМИКИ БАЛТИЙСКОГО МОРЯ: РЕШЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ ОТКРЫТЫХ ГРАНИЦ Шелопут Т.О.	74
СЕГМЕНТАЦИЯ ОРГАНОВ БРЮШНОЙ ПОЛОСТИ МЕТОДОМ ТЕКСТУРНОГО АНАЛИЗА Юрова А.С.	75

ХАОТИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ БАЛОЧНО-ПЛАСТИНЧАТЫХ СТРУКТУР В ТЕМПЕРАТУРНОМ ПОЛЕ

Яковлева Т.В., Крысько В.А.-мл., Добрян В.В., Кружilin В.С., Крысько В.А. 76

КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ С УСЛОВИЯМИ ОТРАЖЕНИЯ И ПРЕЛОМЛЕНИЯ¹

Амосов А.А.

Национальный исследовательский университет "Московский энергетический институт, Москва, AmosovAA@mpi.ru

Излагается теория краевых задач для стационарного уравнения переноса монохроматического излучения в системах полупрозрачных трехмерных тел

[1], [2] - [8]. На границах тел ставятся

условия отражения и преломления излучения. Изучаются задачи с краевыми

условиями френелевского отражения и преломления излучения, с условиями

"прострела" и с условиями диффузного отражения и диффузного преломления

излучения. Получены результаты об однозначной разрешимости рассматриваемых

задач с данными из полной шкалы пространств Лебега. Установлена непрерывная

зависимость решений от данных. Изучены соответствующие сопряженные задачи.

Литература

1. *Амосов А.А.* Краевые задачи для уравнения переноса излучения с условиями отражения и преломления. Новосибирск: Изд-во Тамара Рожковская, 2017. 140 с.
2. *Amosov A.A.* Boundary value problem for the radiation transfer equation with reflection and refraction conditions // J. Math. Sci. 2013. Vol. 191, N. 2, P. 101–149.
3. *Amosov A.A.* Boundary value problem for the radiation transfer equation with diffuse reflection and refraction conditions // J. Math. Sci. 2013. Vol. 193, N 2, P. 151 – 176.
4. *Amosov A.A.* The radiation transfer equation with reflection and refraction conditions. Continuous dependence of solutions on the data and limit passage to the problem with "shooting conditions"// J. Math. Sci. 2013. Vol. 195, N 5, P. 569 –608.

¹Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 14-11-00306)

5. *Amosov A.A.* The conjugate boundary value problem for radiation transfer equation with reflection and refraction conditions // J. Math. Sci. 2014. Vol. 202, N 2, P. 113 – 129.
6. *Amosov A.A.* On some properties of the boundary value problem for the radiation transfer equation with diffuse reflection and refraction conditions // J. Math. Sci., New York. 2015. Vol. 207, N 2, P. 118-141.
7. *Amosov A.A.* Radiative transfer equation with diffuse reflection and refraction conditions in a system of bodies with piecewise smooth boundaries // J. Math. Sci. (United States). 2016. Vol. 216, N 2, P. 155–181.
8. *Amosov A.A.* Radiative transfer equation with Fresnel reflection and refraction conditions in a system of bodies with piecewise smooth boundaries // J. Math. Sci. (United States). 2016. Vol. 219, N 6, P. 3–29.

ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ НЕФТЯНОГО РАЗЛИВА В ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ РИСКОМ ЗАГРЯЗНЕНИЯ ОХРАНЯЕМЫХ АКВАТОРИЙ¹

Асеев Н.А. *, Шелопут Т.О. **

* *Московский физико-технический институт, Долгопрудный,
nikita.aseev@phystech.edu*

** *Институт вычислительной математики РАН, Москва,
tania_chel@list.ru*

Как известно, морские перевозки нефти порождают ряд проблем, связанных с охраной окружающей среды. Масштабные разливы нефти в море, которые возникают из-за аварий, вызывают гибель морских организмов. Компании, занимающиеся перевозкой нефти, в свою очередь, обязаны выплачивать огромные штрафы за загрязнение окружающей среды.

В данной работе представлен метод оценки нефтяного загрязнения с использованием недавно разработанной модели нефтяного загрязнения. Модель учитывает такие процессы эволюции нефти как перенос нефти морскими течениями и ветром, гравитационное растекание, движение пятна под действием турбулентной диффузии, испарение с поверхности моря, диспергирование и образование эмульсии типа «вода-в-нефти» [1]. Также в работе формулируется задача об управлении риском в случае, когда для некоторых параметров разлива известны лишь вероятностные распределения [2]. Решение задачи об управлении риском осуществляется путем минимизации функционала стоимости с применением теории оптимального управления и сопряженных уравнений.

Литература

1. *Асеев Н.А., Шелопут Т.О.* Об одной модели распространения нефтяного загрязнения по поверхности моря // *Вычислительные технологии*, 2016. Т. 21, №6. С. 3-17.
2. *Aseev N.A., Agoshkov V.I., Zalesny V.B., Aps R., Kujala P., Rytkonen J.* The problem of control of oil pollution risk in the Baltic Sea // *Russian J. of Numerical Analysis and Mathematical Modelling*, 2014. Vol. 29, No. 2. P. 93-105.

¹Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 16-31-00510)

ПОСТРОЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТНОЙ МОДЕЛИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ РАДИОНУКЛИДОВ В КРУПНЫХ ВОДНЫХ АКВАТОРИЯХ НА ПРИМЕРЕ <БУХТЫ РАЗБОЙНИК>

Асфандияров Д.Г., Сороковикова О.С., Дзама Д.В.

*институт проблем безопасного развития атомной энергетики
РАН, ул. Большая Тульская, д.52, Москва, Россия, 115191*

В данной работе представляется версия модели Монте-Карло для расчета распространения загрязнения в крупной водной акватории с детальным учетом береговой линии. На основе многолетней базы данных о течениях, глубинах, верхнего квазиоднородного слоя перемешивания предлагается вероятностная модель районирования водных акваторий по уровню загрязнений. Данная вероятностная модель строится посредством проведения многовариантных расчетов с одинаковой функцией источника, но с использованием различных временных рядов параметров течения. На основе расчетов, в каждой точке исследуемой области представляется оценка загрязнений с разным уровнем доверия.

В основе вычислительного алгоритма предлагаемой методики лежит метод Монте-Карло с применением лагранжевых частиц конечных размеров. Смещение частицы является решением стохастического дифференциального уравнения Ито [1].

В работе представлен расчет вероятностной картины загрязнения в районе <бухты Разбойник> – один из крупнейших в России пунктов хранения РАО – в ходе гипотетической аварии с длительным (три месяца) выбросом ^{90}Sr и ^{137}Cs .

Литература

1. *Отчет о научно-исследовательской работе по государственному контракту от 27.04.2016 № Н.4д.21.2.2.16.1065* Создание практической методологии комплексного обоснования безопасности объектов наследия, пунктов захоронения радиоактивных отходов, включая разработку и внедрение системы кодов и расчетно-прогностических комплексов. Этап 2016г.> ЭТАП 3 (итоговый) Часть 3, ИБРАЭ РАН,2016.

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ МИКРОМАСШТАБНОЙ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ К ВХОДНЫМ ПАРАМЕТРАМ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ТЕЧЕНИЙ В ГОРОДСКОЙ ЗАСТРОЙКЕ

Благодатских Д.В., Сороковикова О.С., Дзама Д.В.

*Институт проблем безопасного развития атомной
энергетики РАН, ул. Большая Тульская, д.52, Москва, Россия,
115191*

В соответствии с международной классификацией современные 3D CFD модели распространения загрязнения в условиях города относятся к категории микромасштабных микрометеорологических моделей. Выделение этих моделей в отдельный класс мотивируется тем, что применение коммерческих CFD кодов для моделирования течений вблизи зданий со сложной геометрией требует чрезмерного сгущения размеров вычислительной сетки у их поверхности.

С целью экономии вычислительных ресурсов при решении такого класса задач широко применяются узкоспециализированные модели [1], использующие интегральную идеологию описания взаимодействия турбулентных потоков с поверхностью зданий и земли на основе теории Монина-Обухова.

В этом докладе представлена CFD RANS модель, принадлежащая к вышеописанному классу узкоспециализированных моделей. Ее особенностью является использование параметризаций турбулентных потоков тепла и кинетической энергии, учитывающих как стабильную, так и неустойчивую стратификации.

Особую значимость при использовании таких моделей представляет собой вопрос чувствительности получаемых по этим моделям результатов к основным параметрам используемой параметризации приземного слоя.

В данном докладе на основе серии расчетов, в которых варьировались значения шероховатости и масштаба Монина-Обухова, проведен анализ устойчивости результатов, получаемых по описанной модели.

Литература

1. *Balczo M., Goricsan I., Eichhorn J.* Validation of microscale flow and dispersion model MISKAM in the framework of COST Action 732. Budapest: ERCOFTAC Spring Festival, 1988.

ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТРЕХФАЗНОГО ТЕЧЕНИЯ В ТРЕЩИНЕ ГИДРОРАЗРЫВА ПЛАСТА¹

Булгакова Г.Т., Киреев Т.Ф.

Уфимский государственный авиационный технический университет, Уфа, bulgakova.guzel@mail.ru

При создании постоянно действующей гидродинамической модели месторождения углеводородов важной задачей является корректный учет влияния трещин гидравлического разрыва пласта на работу скважин.

В работах [1, 2] используется трехпараметрическая модель нелетучей нефти для моделирования течения в трещинах. В этом случае при большом количестве трещин ГРП существенно возрастают вычислительные затраты, связанные с увеличением количества неизвестных переменных и ростом нелинейности задачи. В [3] для течения в трещине применяется установившаяся однофазная фильтрация смеси нефти с водой без учета газа по закону Форхгеймера, при этом уравнения линеаризуются явным методом.

В данной работе предлагается новая однопараметрическая модель течения в трещине ГРП. Движение смеси воды, нефти и газа в трещине описывается установившейся однофазной фильтрацией по закону Дарси. Обозначены границы применимости предложенной модели. Уравнения фильтрации в пласте и в трещине решаются совместно по полностью неявной схеме.

Литература

1. *Karimi-Fard M., Durlofsky L. J., Aziz K.* An Efficient Discrete Fracture Model Applicable for General Purpose Reservoir Simulators // SPE Reservoir Simulation Symposium. 2003. P. 227–236.
2. *Liyong L., Seong H. L.* Efficient Field-Scale Simulation for Black Oil in a Naturally Fractured Reservoir via Discrete Fracture Networks and Homogenized Media // International Oil & Gas Conference and Exhibition in China. 2006. P. 750–758.
3. *Гильмиев Д. Р.* Гидродинамическая модель фильтрации жидкости в пласте при наличии трещин гидроразрыва // Нефтяное хозяйство. 2013. N. 7. С. 108–110.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 17-41-020226 p_a)

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН В СЛОИСТОЙ СРЕДЕ С ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКИМИ ПРОСЛОЙКАМИ

Бураго Н.Г.* , Журавлев А.Б.* , Никитин И.С.**

* *Институт проблем механики им. А.Ю.Ишлинского РАН, Москва, burago@ipmnet.ru*

** *Институт автоматизации проектирования РАН, Москва, i_nikitin@list.ru*

Рассмотрена построенная методом асимптотического осреднения модель слоистой среды с нелинейными вязкопластическими условиями проскальзывания на межслойных границах, предложенная в [1] и уточненная в [2]. Модель описывает поведение флюидосодержащего слоистого упругого геологического массива. Предполагается, что в тонких прослойках между упругими слоями находится очень вязкая жидкость (нефть), или вязкопластическая масса (песок, пропитанный нефтью). Постоянная толщина слоя является малым параметром. Сами слои считаются изотропными линейноупругими. прослойки на поджатых межслойных границах учитываются с помощью нелинейного условия вязкопластического скольжения. Получена нестационарная система уравнений для описания динамики данной структурно-неоднородной среды, включающая дополнительные функции, имеющие смысл распределенных скольжений первого и третьего порядков по малому параметру, для них выведены нелинейные дифференциальные уравнения.

Предложенная модель была использована для исследования волновых процессов в флюидосодержащих слоистых геологических массивах. Численное решение строилось методом конечных объемов по специальной явно- неявной схеме [2]. Показано, что уточненная модель достаточно существенно влияет на амплитуды и профили волн. Разработанная модель полезна при решении задач сейсморазведки.

Литература

1. *Никитин И.С.* Динамические модели слоистых и блочных сред с проскальзыванием, трением и отслоением // Изв. РАН. МТТ. 2008. N. 4. С. 154-165.
2. *Бураго Н.Г., Никитин И.С.* Уточненная модель слоистой среды с проскальзыванием на контактных границах // ПММ. 2016. Т. 80. N. 2. С. 230-241.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ РАСЧЕТА ПРЕССОВАНИЯ И СПЕКАНИЯ ПОРОШКОВЫХ МАТЕРИАЛОВ

Бураго Н.Г.* , Никитин И.С.**

* *Институт проблем механики им. А.Ю.Ишлинского РАН, Москва, burago@ipmnet.ru*

** *Институт автоматизации проектирования РАН, Москва, i_nikitin@list.ru*

Представлен расчет прессования и спекания порошковых композитных материалов на основе модификации теории упругопластического течения [1]. В дополнение к обычным термодинамическим параметрам состояния (температура, полная и пластическая деформации и их скорости) в выражения для свободной энергии и скорости диссипации энергии добавлены параметры пористости и повреждаемости. Учтена энергия капиллярных сил на поверхности активных пор в расплавленном материале матрицы и диссипация, обусловленная необратимыми изменениями пористости и повреждаемости. Учтена зависимость модулей упругости и предела текучести от величины пористости и повреждаемости.

Приведены примеры расчета осесимметричных процессов прессования и спекания для случая неоднородного термомеханического состояния [2]. Предложенная модель прессования и спекания порошковых композитов может быть использована для расчета геометрии, прочностных свойств спекаемых порошковых композитов, оценки остаточных напряжений, возможного разрушения при спекании и влияния контакта со стенками пресс-формы.

Литература

1. Бураго Н.Г., Глушко А.И., Ковшов А.Н. Термодинамический метод получения определяющих уравнений для моделей сплошных сред // Изв. РАН. МТТ. 2000. N. 6. С. 4–15.
2. Бураго Н.Г., Никитин И.С., Якушев В.Л. Гибридный численный метод решения нестационарных задач механики сплошной среды с применением адаптивных наложенных сеток // ЖВММФ. 2016. Т. 56. N. 6. С. 1082–1092.

ОЦЕНКА ДОЛГОВЕЧНОСТИ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ РЕЖИМОВ УСТАЛОСТНОГО РАЗРУШЕНИЯ С ОПРЕДЕЛЕНИЕМ КРИТИЧЕСКОЙ ПЛОСКОСТИ¹

Бураго Н.Г.^(*), Никитин А.Д.^{(**)(***)}, Никитин И.С.^{(**)(***)}, Якушев В.Л.^(**)

** Институт проблем механики им. А.Ю.Ишлинского РАН, Москва, burago@ipmnet.ru*

*** Институт автоматизации проектирования РАН, Москва, i_nikitin@list.ru*

**** "МАИ" Национальный исследовательский университет, Москва, i_nikitin@list.ru*

В данной работе решена задача определения критической плоскости развития усталостных повреждений для многоосного напряженного состояния по критерию Финдли для режимов малоциклового (МЦУ) и многоциклового (МНЦУ) усталости. Этот критерий многоосного усталостного разрушения обобщен на случай сверхмногоциклового усталости (СВМУ) и предложена процедура определения критической плоскости для многоосного напряженного состояния. В этом случае (вибрации) разрушение наступает при числе циклов $N > 10^8$.

На основе предложенного обобщенного критерия проведены расчеты напряженного состояния и получены сравнительные оценки усталостной долговечности ответственного элемента конструкции - диска и лопаток компрессора газотурбинного двигателя для режимов нагружения МЦУ (полетные циклы нагружения центробежными силами) и СВМУ (наблюдаемые высокочастотные колебания лопаток). Анализ показал, что с учетом характерных частот рассматриваемых циклических процессов, значения долговечностей в реальном времени могут быть достаточно близки.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ проект № 15-08-02392-а

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МЕТОДИКА ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ИСТОЧНИКА ЦУНАМИ

Быков А.А., Винников Е.В., Шеломенцев А.А.

Сибирский федеральный университет, Институт космических и информационных технологий, Красноярск, oxymoron13@hotmail.com, evgenvinnikov@gmail.com, artemiish@ya.ru

Исследование посвящено решению задач гидрофизического мониторинга цунами. В работе рассматриваются классические способы оценки параметров источников цунами, а также предлагается методика выбора модели источника в зависимости от поставленной задачи. Для поиска и анализа вариантов конфигурации и местоположения изучаемого источника предлагаются алгоритмы и методика расчетов, включающая нелинейную регрессию и метод построения упругих сеток для кластеризации пространственных данных. В рамках технологии вычислительного эксперимента предлагаются два модифицированных вычислительных инструмента [1, 2]. Объединение указанных вычислительных инструментов в рамках единого вычислительного эксперимента дает новые возможности для эффективного решения актуальных задач гидрофизического мониторинга. При этом разработанные алгоритмы обработки и сравнительного анализа расчетных и натуральных мареограмм позволяют скорректировать местоположение и форму первоначального варианта источника цунами [3].

Литература

1. *Dobrokhotov, S. Yu.* Explicit asymptotics for tsunami waves in framework of the piston model // Russ. Journ. Earth Sciences. 2006. N. 8. P. 1–12.
2. *Titov, V. V., Kanoglu U., Synolakis C.* Development of MOST for real-time tsunami forecasting // J. Waterw. Port Coast. Ocean Eng. 2016. N. 142(6).
3. *Baranova N., Baranov B., Lobkovsky L., Mazova R.* KNew approach to the analysis of strongest earthquake Tohoku 2011 // International Workshop <Mega Earthquakes and Tsunamis in Subduction Zones-Forecasting Approaches and Implications for Hazard Assessment>, Rhodes Isl., Greece. 2014. P. 23–24.

ОБЗОР И СРАВНЕНИЕ ПОГЛОЩАЮЩИХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ ДЛЯ FDTD-СХЕМЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА¹

Вшивков В.А., Генрих Е.А.

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, г. Новосибирск, vsh@ssd.sscs.ru, mesyats@gmail.com

При численном моделировании физических процессов всегда возникает вопрос о задании граничных условий. В случае, когда в изначальной постановке задачи область решения неограничена, требуется вводить искусственные границы и задавать на них численными методами поглощающие (неотражающие) граничные условия (ПГУ). От качества этих условий, от корректности их задания и от схем, которыми эти условия реализованы, зависит решение исходной задачи. Кроме того, чем лучше ПГУ, тем ближе к области интересующего нас решения можно сдвинуть границу, что хорошо при моделировании сложных процессов, требующих большого объема вычислений.

В случае системы уравнений Максвелла методы задания поглощающих граничных условий делят на два типа:

- 1) дифференциальные или аналитические ПГУ,
- 2) ПГУ, основанные на свойствах среды (PML – perfectly matched layer) – средствами численной схемы искусственно задается приграничная область, в которой происходит постепенное затухание полей.

В работе представлен обзор ПГУ первого типа. Реализовано несколько разных граничных условий для FDTD-схемы решения уравнений Максвелла на сетке Yee [1]. Проведено их сравнение на задаче распространения монохроматической волны и на задаче прохождения лазерного импульса.

Литература

1. Taflove A., Hagness S. C. Computational electrodynamics. The Finite-Difference-Time-Domain method. Third edition. Artech house, INC, 2005.

¹Работа выполнена при поддержке гранта РФФ № 16-11-10028 и гранта РФФИ № 16-01-00209.

ГИБРИДНЫЕ МОДЕЛИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ БЕССТОЛКНОВИТЕЛЬНЫХ ПЛАЗМЕННЫХ ПОТОКОВ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ¹

Вшивкова Л.В. *, Дудникова Г.И. **

* *Институт вычислительной математики и
математической геофизики СО РАН, Новосибирск,
lyudmila.vshivkova@parbz.sccc.ru*

** *Институт вычислительных технологий СО РАН,
Новосибирск, gdudnikova@gmail.com*

Полностью кинетические численные модели получили широкое распространение при решении задач бесстолкновительной физики плазмы. Однако, при их реализации требования к большим вычислительным ресурсам приводят к затруднениям проводить расчеты, приближенные к реальным масштабам. Для уменьшения требований к быстродействию и памяти ЭВМ, по сравнению с полностью кинетическими моделями, были предложены комбинированные (гибридные) модели [1]-[3]. Они заключаются в том, что одна из компонент плазмы (ионы или электроны) описывается кинетически, а другая рассматривается в гидродинамическом приближении.

В данной работе представлен краткий обзор гибридных моделей, в которых используются обе трактовки. В первом типе моделей движение ионов описывается кинетическим уравнением Власова, а движение электронов – при помощи уравнений магнитной гидродинамики (МГД); во втором типе – наоборот.

Литература

1. *Lipatov A.S.* The hybrid multiscale simulation technology. An introduction with application to astrophysical and laboratory plasmas. Springer, Berlin, Heidelberg, 2002. 403 pp.
2. *Воронцов П.С., Вшивков В.А., Дудникова Г.И., Молородов Ю.И.* Численное моделирование нестационарных космофизических явлений // Выч. технологии. Новосибирск, ИВТ СО РАН, 1994. Т. 3. N. 8. С. 53–61.
3. *P. A. Munoz, N. Jain, P. Kilian, and J. Buchner.* A new hybrid code (CHIEF) implementing the inertial electron fluid equation without approximation, arxiv.org/pdf/1612.03818.pdf. 2016.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ № 16-01-00209а и РНФ № 16-11-10028

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ ДАННЫХ ОБЕСПЕЧИВАЮЩИЕ БАЛАНСИРОВКУ ЗАГРУЗКИ СОВРЕМЕННЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ¹

Гладких В.С., Козырев А.Н., Свешников В.М.

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирск, gladus_ru@mail.ru, kozyrev_a@inbox.ru, victor@lapasrv.sccc.ru

Решение задач математической физики в областях со сложной геометрией заставляет использовать квазиструктурированные сетки, содержащих подобласти с регулярными и нерегулярными сетками. Эффективная балансировка параллельных вычислений на квазиструктурированных сетках существенно затруднена, в силу разнородности областей. Это требует особого внимания к созданию сеточных структур данных и подготовке выполнения параллельных программ. При этом очень остро встает вопрос о балансировке нагрузки, так эффективность работы с регулярными сетками в разы выше эффективности работы с нерегулярными сетками.

В данной работе представлен подход, позволяющий выполнять предварительную балансировку нагрузки для областей с регулярной сеткой с применением в них matrix-free computations (вычислений без хранения матрицы) и для областей с нерегулярной сеткой и применением в них матрично-векторного умножения. Мы проводим априорную оценку времени счета, что используется для балансировки вычислительной нагрузки.

Литература

1. *Козырев А.Н., Свешников В.М. О ПОСТРОЕНИИ ДВУМЕРНЫХ ЛОКАЛЬНО-МОДИФИЦИРОВАННЫХ КВАЗИСТРУКТУРИРОВАННЫХ СЕТОК И РЕШЕНИИ НА НИХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ В ОБЛАСТЯХ С КРИВОЛИНЕЙНОЙ ГРАНИЦЕЙ, Вычислительная математика, 2017. in-press.*

¹Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ 14-11-00485-П "Высокопроизводительные методы и технологии моделирования электрофизических процессов и устройств"

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТЕПЛОВЫХ ПОЛЕЙ С УЧЕТОМ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ¹

Гладких В.С., Петухов А.В.

*Институт вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения РАН, Новосибирск,
gladus_ru@mail.ru, petukhov@lapasrv.sccc.ru*

В работе рассматривается процесс изменения тепловых полей в многолетнемерзлых грунтах под воздействием сезонных колебаний температуры на поверхности грунта и антропогенных объектов, таких как эксплуатационные скважины и замораживающие колонки. Математическая модель процесса описывается нестационарным уравнением теплопроводности с учетом фазовых переходов поровой влаги. Численная реализация основана на схеме Кранка-Николсона для аппроксимации по времени и методе барицентрических конечных объемов для аппроксимации по пространству. Приводятся результаты численных расчетов для набора трехмерных модельных задач на последовательности сгущающихся сеток. Приводятся результаты численного моделирования трехмерных тепловых полей при наличии эксплуатационных скважин и замораживающих колонок с учетом сезонных колебаний температуры на поверхности грунта. Приводятся результаты масштабирования предложенной численной реализации на вычислительных системах с общей и распределенной памятью.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 16-29-15122), Российского научного фонда (код проекта 15-11-10024)

СХЕМЫ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА, ОСНОВАННЫЕ НА ТОЖДЕСТВЕ МАРЧУКА, ДЛЯ ОЦЕНКИ ОПЦИОНОВ В МОДЕЛИ БЛЭКА-ШОУЛЗА

Горбенко Н.И.

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирск

Производные инструменты в настоящее время широко используются на финансовых рынках. Производный инструмент - это финансовый инструмент, стоимость которого зависит от цены базовой переменной и может использоваться для хеджирования риска, спекуляции и арбитража. Стоимость финансового актива является неопределенной, и прямые инвестиции в них подразумевают большой риск. Производные инструменты возникают как способ инвестирования в активы с меньшим риском.

В 1973 году была опубликована статья "Pricing of Options and Corporate Liabilities" где было приведено дифференциальное уравнение, известное как уравнение Блэка-Шоулза, используемое на финансовых рынках для определения цены различных видов опционов. Пусть V обозначает стоимость опциона в момент времени t , тогда в одномерном случае это уравнение имеет вид

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + (r - D)S \frac{\partial V}{\partial S} - rV \quad (1)$$

где $Q = \Omega \times (0, T)$, $\Omega = (0, S_{max}) \subset R$, σ обозначает волатильность актива, $r \geq 0$ - процентная ставка и D - дивиденды, S - цена базового актива. Перепишем это уравнение в следующем виде (или в дивергентной форме) с краевыми и начальными условиями

$$V(0, t) = V_L(t), \quad V(S_{max}, t) = V_R(t), \quad V(x, 0) = V_0(x).$$

В работе представлена схема четвертого порядка по пространству и времени для уравнения Блэка-Шоулза, основанной на тождестве Марчука. Для интегрирования по времени полученной схемы используется явный и неявный методы Рунге-Кутты (в неявном случае метод известен как метод Кунцмана-Батчера). Приведено подробное описание схемы и численные тесты, чтобы подчеркнуть эффективность метода.

РАЗНОСТНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ¹

Гордин В.А. (*)(**), Цымбалов Е.А. (***)(*),
Шемендюк А.А. (*)(**)

* *Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики" (НИУ ВШЭ)*

** *ФГБУ "Гидрометцентр России"*

*** *Сколковский институт науки и технологий*

Стандартная разностная аппроксимация линейного дифференциального уравнения второго порядка $d_x \vartheta(x) d_x u = f$ – дивергентная схема второго порядка точности имеет вид

$$\vartheta_{j-1/2} u_{j-1} - (\vartheta_{j-1/2} + \vartheta_{j+1/2}) u_j + \vartheta_{j+1/2} u_{j+1} = h^2 f_j, \quad j = 1, \dots, N-1. \quad (1)$$

В классе схем, которые, как и (1), требуют обращения трехдиагональной матрицы

$$a_j u_{j-1} + b_j u_j + c_j u_{j+1} = h^2 [p_j f_{j-1} + q_j f_j + r_j f_{j+1}], \quad (2)$$

можно определить коэффициенты так, что схема (2) будет иметь не 2-й, а 4-й порядок точности при $h \rightarrow 0$. Такую компактную схему можно реализовать как для гладкого коэффициента ϑ , так и кусочно-постоянного. Подход к построению компактных схем можно распространить на уравнения диффузии и Шрёдингера с постоянными и даже с переменными коэффициентами. Его можно применять для уравнений более высокого порядка (и не обязательно типа Коши - Ковалевской), например, для уравнения поперечных колебаний балки, к уравнениям и системам со слабой нелинейностью (Фишера - Колмогорова - Петровского - Пискунова, Фицхью - Нагумо, нелинейное уравнение Шрёдингера и др.). Экстраполяция Ричардсона позволяет поднять порядок точности до 6-го. Чтобы обеспечить высокий порядок в граничных условиях применяется аналогичный подход: разностная модель должна быть точна на конечномерном пространстве функций, удовлетворяющих дифференциальным граничным условиям. Получаются СЛАУ на коэффициенты разностной модели. Существует много прикладных задач, где вычислительная область меньше физической (например, прогноз погоды по ограниченной территории), и на границе вычислительной области нет физических граничных

¹Работа подготовлена в ходе проведения исследования (16-05-0069) в рамках Программы "Научный фонд Национального исследовательского университета "Высшая школа экономики" (НИУ ВШЭ)" в 2016 - 2017 гг. и с использованием средств субсидии на государственную поддержку ведущих университетов Российской Федерации в целях повышения их конкурентоспособности среди ведущих мировых научно-образовательных центров, выделенной НИУ ВШЭ

условий. Только стыковка с более грубым крупномасштабным решением. Для отклонений от фонового решения возможны отражения выходящих волн от границы. Для того чтобы исключить такие нефизичные отражения, ставятся специальные граничные условия, имитирующие задачу Коши. Эти условия нелокальны и строятся с учетом конкретной разностной схемы. Вычисление коэффициентов подобных граничных условий опирается на теорию функций комплексного переменного, производящие функции и рациональные аппроксимации Паде - Эрмита.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КРОВЕНОСНЫХ КАПИЛЛЯРОВ И ПОТОКА КРОВИ ЧЕРЕЗ НИХ

Городнова Н.О.

*Институт вычислительной математики РАН, Москва,
gorodnova@crec.mipt.ru*

В работе описана математическая модель циркуляции крови в капиллярах, которая учитывает влияние опухоли. Структура нормальной микроциркуляторной сети довольно сложная. Он характеризуется чрезвычайно высокой плотностью малых сосудов на единицу объема. Предлагается метод генерации сетевой структуры, которая может рассматриваться как физиологически правильный прототип реальной сети микроциркуляции. Это означает, что искусственная сеть может отличаться от реальной, но имеет ту же топологию, геометрические характеристики (распределение длины и диаметра, расположение в 3D-пространстве) и функциональные свойства (проницаемость кровотока на единицу объема). В этой работе мы обратимся к первым двум аспектам (топология и геометрические характеристики). Одним из основных факторов ангиогенного роста капилляров является концентрация VEGF в ткани. В этой работе рассматривается пространственное распределение VEGF. Таким образом, новый капилляр может развиваться в любом месте сети. Поток крови в области микроциркуляции существенно отличается от кровотока в больших сосудах. Поток неподвижен без пульсаций. Движущая сила применяется из-за падения давления между входами и выходами. В работе использован закон Пуазейля для падения давления, приводящий к системе нелинейных уравнений (приблизительно 100000 уравнений). Состав крови и реология также являются важными факторами. Функциональная валидация модели проводилась с использованием анализа относительной перфузии крови на единицу объема. Нормальная капиллярная сеть должна обеспечивать равномерное распределение этого параметра.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИ УЧЕТЕ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ ТЕЧЕНИЙ ЖИДКОСТИ, ВОЗНИКАЮЩИХ В РЕЗУЛЬТАТЕ РАЗРУШЕНИЯ ПЛОТИНЫ

Дерябин С.Л., Кирьянова А.С.

ФГБОУ ВО "Уральский государственный университет путей
связи Екатеринбург, SDeryabin@usurt.ru,
ASKiryanova@usurt.ru

В докладе рассматриваются одномерные и трехмерные изэнтропические течения политропного газа в условиях действия силы тяжести. В качестве математической модели используется система уравнений газовой динамики для политропного газа [1]. При $\gamma = 7.02$ эта система описывает движение воды [2]. В системе вводится ортогональная система координат.

Для постановки задачи о распаде специального разрыва в системе делается вырожденная замена переменных, а именно: зависимые и независимые переменные меняются ролями. В новых переменных для системы ставится начально-краевая задача с данными на звуковой характеристике и дополнительным условием [3].

Решение начально-краевой задачи строится в виде степенных рядов. Доказывается сходимость построенных рядов в области от поверхности слабого разрыва для границы газ-вакуум включительно.

Для определения закона движения границы газ-вакуум выписывается квазилинейная система уравнений с частными производными, которая с помощью характеристического параметра сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. В плоско-симметричном случае численно получены законы движения границы газ-вакуум и звуковой характеристики, разделяющей искомое и фоновое течения.

Литература

1. Овсянников Л.В. *Лекции по основам газовой динамики*. М.; Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 2003. 336 с.
2. Нигматуллин Р.И., Болотнова Р.Х. *Широкодиапазонное уравнение состояния воды и пара. Результаты расчетов*//Теплофизика высоких температур. - 2008. - Т.46. №3. - С. 362-373.
3. Баутин С.П., Дерябин С.Л. *Математическое моделирование истечения идеального газа в вакуум*. Наука, Новосибирск, 2005. 390 с.

1D-3D МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ КРОВИ ДЛЯ МЕДИЦИНСКИХ ПРИЛОЖЕНИЙ¹

Добросердова Т.К.

*Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт вычислительной математики Российской
академии наук (ИВМ РАН), Москва,
DobroserdovaTK@gmail.com*

В работе рассматривается двухмасштабная 1D-3D модель течения крови: основная часть сосудистой сети полагается одномерной, а область интереса — трехмерной. В одномерной области сосуды считаются эластичными трубками. Движение жидкости описывается законами сохранения массы и импульса. В трехмерной области сосуды представлены жесткими трубками. Трехмерное течение крови описывается уравнениями Навье-Стокса. В обоих случаях кровь полагается вязкой несжимаемой жидкостью. Одномерная и трехмерная модели могут сопрягаться различными способами [1]: например, путем требования непрерывности каких-либо величин на интерфейсе ("жесткое" сопряжение) или с использованием дополнительных моделей, осредненных по пространству ("мягкое" сопряжение).

Описанная двухмасштабная модель была испытана на тестовой задаче. Для моделирования был выбран физический эксперимент, где жидкость, похожая по свойствам на кровь, протекала по сети эластичных трубок. Результаты моделирования имели расхождения с измерениями при использовании "жесткого" метода сопряжения и хорошо воспроизводили референтные данные при использовании "мягкого" сопряжения.

Далее модель была использована для моделирования течения крови в церебральных сосудах реального пациента.

Литература

1. *Dobroserdova T., Olshanskii M., Simakov S.* Multiscale coupling of compliant and rigid walls blood flow models. // *Int. J. Numer. Meth. Fluids.* Volume 82, Issue 12, 2016, pages 799-817.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке проекта РНФ 14-31-00024

РАЗНОСТНЫЕ НЕОТРАЖАЮЩИЕ ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ МНОГОМЕРНЫХ ЗАДАЧ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ

Дородницын Л.В.

Московский государственный университет

имени М.В. Ломоносова, Москва, dorodn@cs.msu.su

Мотивацией настоящего исследования послужили следующие проблемы.

1. В расчетах задач газовой динамики и аэроакустики происходит отражение волн от искусственных границ.
2. В случае двух и более пространственных измерений неотражающие граничные условия должны быть нелокальными.
3. Для многомерного волнового уравнения и уравнений Эйлера любые локальные граничные условия вызывают отражение косых акустических волн.
4. Уравнения динамики вязкого газа и большинство разностных схем требуют большего числа граничных условий, нежели гиперболические системы.
5. Ряду разностных схем присущи, помимо регулярных (физических) волн, частые («пилообразные») осцилляции.
6. В расчетах многомерных задач такие осцилляции могут существенно исказить численное решение, причем они более заметны, чем отраженные регулярные волны.

По этим причинам будем исследовать многомерные разностные схемы как самостоятельный объект, который не сводится ни к одномерным моделям, ни к многомерным дифференциальным системам.

Рассмотрим двумерное волновое уравнение

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right) = 0, \quad 0 < x < X, \quad t > 0, \quad (1)$$

с одномерным неотражающим условием на правой границе:

$$(\partial p / \partial t + \partial p / \partial x)|_{x=X} = 0.$$

Решение в виде суперпозиции плоских гармоник есть

$$p(x, y, t) = \exp\{i\omega t - i\omega y \sin \theta\} (\exp\{-i\omega x \cos \theta\} + R \exp\{i\omega x \cos \theta\}),$$

$$R = -\operatorname{tg}^2(\theta/2) = O(s^2).$$

Здесь θ — угол падения, R — коэффициент отражения; $s = \sin \theta$.

В разностных схемах взаимодействие волн с границами происходит по своим законам. При надлежащей дискретизации переопределенных дифференциальных задач можно избежать сильного отражения косых акустических волн.

Простой пример — замена волнового уравнения (1) системой двумерных уравнений акустики, которые аппроксимируются схемой с центральными разностями

$$\frac{du}{dt} + p_{\dot{x}} = 0, \quad \frac{dv}{dt} + p_{\dot{y}} = 0, \quad \frac{dp}{dt} + u_{\dot{x}} + v_{\dot{y}} = 0.$$

Пусть правое граничное условие являет собой два уравнения переноса с разностями назад:

$$\frac{du_{Nk}}{dt} + u_{\bar{x},Nk} = 0, \quad \frac{dp_{Nk}}{dt} + p_{\bar{x},Nk} = 0.$$

Аналогичная задача для дифференциальных уравнений переопределена.

Акустическая волна, падающая под углом, не отражается зеркально, а генерирует пилообразную осцилляцию низкой амплитуды — порядка величины шага сетки h :

$$p(x_j, y, t) = \exp\{i\omega t - i\omega y \sin \theta\} (\exp\{-i\omega x_j \cos \theta\} + R(-1)^j \exp\{i\omega x_j \cos \theta\}), \quad R \approx -i\omega h \sin^2(\theta/2) = O(hs^2).$$

В работе проводится систематизация граничных условий. По аналогии с критерием неотражающего условия для гиперболических систем [1] формулируются такие критерии для разностных схем. Показано, что отражение косых волн существенно зависит от выбора разностной аппроксимации основных уравнений.

Литература

1. Дородницын Л.В. Искусственные граничные условия при численном моделировании дозвуковых течений газа // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2005. Т. 45. N. 7. С. 1251–1278.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СМЕШЕНИЯ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ ГАЗОВ МЕТОДОМ «КАБАРЕ»

Зайцев А.М.

*Институт проблем Безопасного Развития Атомной
Энергетики РАН, г.Москва, azai@ibrae.ac.ru*

Целью данной работы была расширение применимости методики Кабаре[1,2,3] для задач в трехмерной постановке смешения многокомпонентных газов на неструктурированных гексагональных ячейках. Разработана параллельная программная реализация трехмерного кода и правильная аппроксимация компонент газовой смеси в уравнениях переноса компонент и потока энергии обусловленного молекулярной диффузией. Моделировался эксперимент по размытию струёй воздуха стратифицированного слоя гелия на экспериментальной установке PANDA[4]. Полученные результаты показали хорошее совпадение с экспериментальными данными на больших масштабах времени.

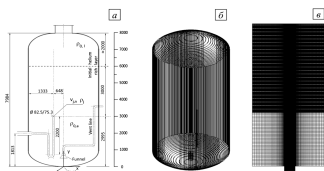


Рис. 1. Схематический вид экспериментальной установки(а) и её геометрическая модель(б); сетка в области входного отверстия(в)

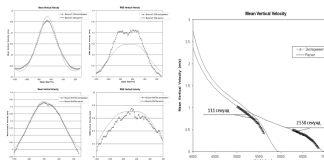


Рис. 2. Сравнение скорости и RMS в радиальном и осевом направлении в точках 111, 1750, 2550 секунд

Литература

1. *Данилин А.В., Соловьев А.В., Зайцев А.М.* Модификация схемы ка-баре для численного моделирования течений многокомпонентных газо-вых смесей в двумерных областях // Вычислительные методы и про-граммирование. 2015. Т. 16. N. 3. С. 436–445.
2. *Головизнин В.М., Зайцев М.А., Карабасов С.А., Короткин И.А.* Но-вые алгоритмы вычислительной гидродинамики для многопроцессор-ных вычислительных комплексов. М.: Издательство МГУ, 2013. 472 с.
3. *Зайцев А.М., Семенов В.Н., Швецов Ю.Е.* Математическое модели-рование смешения разнотемпературных струй методом CABARET // Вычислительная механика сплошных сред. 2013. Т. 6. N. 4. С. 430–437.
4. *Andreani M., Badillo A., Kapulla R.* Synthesis of the OECD/NEA-PSI CFD benchmark exercise // Nuclear Engineering and Design. 2016. Т. 299. N. 4. С. 59–80.

О БАЛАНСЕ ЭНТРОПИИ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ КГД СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ¹

Злотник А.А.

НИУ Высшая школа экономики, Москва, azlotnik@hse.ru

Результаты доклада получены совместно с Б.Н. Четверушкиным. Гиперболическая квазигазодинамическая (ГКГД) система уравнений в случае пространственной переменной состоит из уравнений баланса массы, импульса, полной энергии [1]

$$\begin{aligned} & \partial_t \rho + \tau \partial_t^2 \rho + \partial_x(\rho u) = \partial_x[\tau \partial_x(\rho u^2 + p)], \\ & \partial_t(\rho u) + \tau \partial_t^2(\rho u) + \partial_x(\rho u^2 + p) = \partial_x\{\tau[\partial_x(\rho u^3 + 3pu) + \gamma_0 p \partial_x u]\}, \\ & \partial_t E + \tau \partial_t^2 E + \partial_x[(E + p)u] = \\ & = \partial_x\left\{\tau\left[\partial_x\left((E + 2p)u^2 + (E + p)\frac{p}{\rho}\right) + \frac{\gamma(\alpha_P - 1)}{\gamma - 1} p \partial_x \frac{p}{\rho} + \gamma_0 p u \partial_x u\right]\right\}. \end{aligned}$$

Она дополняется уравнениями состояния совершенного политропного газа $p = (\gamma - 1)\rho\varepsilon$, $\varepsilon = c_V\theta$. Функции $\rho > 0$, u , $E = \frac{1}{2}\rho u^2 + \rho\varepsilon$, p , ε , $\theta > 0$ — плотность, скорость, полная энергия, давление, внутренняя энергия, абсолютная температура газа. Величины $\gamma > 1$, $c_V > 0$, $\gamma_0 \geq 0$, $\alpha_P \geq 1$ — постоянные; $\tau > 0$ — параметр регуляризации.

Выводится и анализируется уравнение баланса энтропии. В том числе выясняется, что при регулярных режимах течения поведение энтропии в основном определяется слагаемыми естественной вязкости и теплопроводности. При этом отличие в производстве полной энтропии по сравнению с уравнениями Навье-Стокса вязкого сжимаемого теплопроводного газа составляют слагаемые порядка $O(\tau^2)$.

Дополнительно для более простой баротропной ГКГД системы, представляющий интерес для ряда приложений, выполняется аналогичный анализ баланса энергии. Подробно результаты даны в [2].

Литература

1. Злотник А.А., Четверушкин Б.Н. // ЖВМиМФ. 2008. Т. 48. № 3. С. 445–472.
2. Злотник А.А., Четверушкин Б. Н. О балансе энтропии для одномерной гиперболической квазигазодинамической системы уравнений // ДАН. 2017. Т. 474. № 1. С. 22–27.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 16-01-00048

О СЛАБОЙ КОНСЕРВАТИВНОСТИ КГД-РАЗНОСТНОЙ СХЕМЫ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ОДНОМЕРНОЙ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ¹

Злотник А.А., Ломоносов Т.А.

НИУ Высшая школа экономики, Москва, *azlotnik@hse.ru*,
aladdin93@bk.ru

Система одномерных квазигазодинамических (КГД) уравнений состоит из законов сохранения массы, импульса, полной энергии [1]:

$$\begin{aligned} \partial_t \rho + \partial_x j &= 0, \quad \partial_t(\rho u) + \partial_x(ju + p) = \partial_x \Pi, \\ \partial_t E + \partial_x \left[\frac{j}{\rho}(E + p) \right] &= -\partial_x q + \partial_x(\Pi u), \end{aligned}$$

где $\rho > 0$, u , $E = 0.5\rho u^2 + \rho\varepsilon$ — плотность, скорость, полная энергия газа, ε и $p = (\gamma - 1)\rho\varepsilon$ — его внутренняя энергия и давление, а j , q , Π — регуляризованные поток массы, тепловой поток, вязкое напряжение.

В работе для явной двухслойной по времени и симметричной трёхточечной по пространству дискретизации КГД-уравнений, линеаризованной на постоянном фоне $(\rho_*, u_*, \varepsilon_*)$ с $u_* = 0$, анализируется критерий *слабой консервативности*, т.е. выполнения неравенства

$$\sup_{m \geq 0} \|\mathbf{y}^m\|_H \leq \|\mathbf{y}^0\|_H \quad \forall \mathbf{y}^0 \in H, \quad m \geq 0, \quad \mathbf{y}^m = \left(\frac{\rho^m}{\rho_*}, \frac{\sqrt{\gamma} u^m}{c_*}, \frac{\varepsilon^m}{\sqrt{\gamma - 1} \varepsilon_*} \right).$$

Здесь $\|\mathbf{y}\|_H^2 = h \sum_{k=-\infty}^{\infty} |\mathbf{y}_k|^2$ для функций \mathbf{y} , заданных на равномерной сетке на \mathbb{R} с шагом h , m — номер слоя по времени и $c_* = \sqrt{\gamma(\gamma - 1)\varepsilon_*}$. Для анализа используется техника из [2].

Ранее был изучен более простой баротропный случай [3].

Литература

1. *Елизарова Т.Г.* Квазигазодинамические уравнения и методы расчета вязких течений. М.: Научный мир, 2007.
2. *Годунов С.К., Рябенский В.С.* Разностные схемы. 2-е изд. М.: Наука, 1977.
3. *Lomonosov T., Zlotnik A.* Weak conservativeness criteria for QGD-schemes for 1D gas dynamics equations // Abstracts of MMA 2017. Vilnius: Vilnius Gediminas Technical University, 2017. P. 38.

¹Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 16-01-00048

О КОНЦЕПЦИИ ИНТЕГРИРОВАННОГО ПРОГРАММНОГО ОКРУЖЕНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫХ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Ильин В.П.

ИВМиМГ СО РАН, Новосибирск, ilin@sccc.ru

Рассматриваются концептуальные, архитектурные и технологические проблемы создания интегрированного программного окружения для высокопроизводительного решения междисциплинарных прямых и обратных задач математического моделирования на многопроцессорных вычислительных системах (МВС) с распределенной и иерархической общей памятью. Предлагается структура базовой системы моделирования (БСМ), поддерживающей все основные стадии наукоемкого компьютерного эксперимента: геометрическое и функциональное моделирование, квазиструктурированное построение сеток, с использованием их разных типов в подобластях, аппроксимация исходных дифференциальных и /или интегральных уравнений, решение алгебраических систем, оптимизационные процедуры для обратных задач, пост-обработка и визуализация результатов расчета, управление вычислительным процессом и принятие решений. Взаимодействие технологических этапов происходит на основе согласованных и расширяемых структур данных, обеспечивающих внутренние интерфейсы компонент БСМ, а также масштабируемый параллелизм и использование внешних инструментальных продуктов. Конструктивными принципами БСМ являются расширяемость состава моделей и алгоритмов, многоязыковость и кросс-платформенность, адаптируемость к эволюции компьютерных архитектур, а также поддержка гибких интерфейсов для конечных пользователей с различной профессиональной подготовкой. Система рассчитана на непрерывное скоординированное развитие системного и функционального наполнения разными группами разработчиков.

АНГЛОЯЗЫЧНАЯ МАГИСТЕРСКАЯ ПРОГРАММА МЕХМАТА ЮФУ «COMPUTATIONAL MECHANICS AND INFORMATIONAL TECHNOLOGIES»

Карякин М.И., Надолин К.А., Наседкин А.В.

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону,
karyakin@sfedu.ru, kanadolin@sfedu.ru, avnasedkin@sfedu.ru*

В докладе представлена концепция англоязычной магистерской программы "Computational Mechanics and Informational Technologies когерентной программ европейскиx университетов-партнеров.

Проект разработки этой программы был поддержан грантом Благотворительного фонда Владимира Потанина, как победитель конкурса Стипендиальной программы Фонда 2016/2017 г. для преподавателей магистратуры в номинации "Создание новой магистерской программы".

Основной целью проекта является разработка на основе накопленного опыта, кадрового потенциала и имеющегося учебно-методического и материально-технического задела Института математики, механики и компьютерных наук ЮФУ англоязычной магистерской программы, близкой по структуре и содержанию магистерским программам европейских университетов-партнеров, входящих в Европейский Консорциум Индустриальной Математики (European Consortium for Mathematics in Industry – ЕСМI), и прежде всего, магистерским программам "Computational Engineering and Technical Physics" и "Computer Science реализуемым в финском Технологическом университете г. Лаппеенранты (Lappeenranta University of Technology – LUT). Выбор партнерского университета объясняется тем, что мехмат ЮФУ сотрудничает с Отделением математики и физики Школы Инженерных наук LUT более 10 лет.

Новая программа будет способствовать развитию партнерских связей с европейскими университетами, повышению спроса среди абитуриентов на образовательные услуги мехмата ЮФУ и усилению мотивации студентов к обучению на направлениях подготовки 01.04.02 – "Прикладная математика и информатика" и 01.04.03 – "Механика и математическое моделирование".

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАГРЕВА НЕФТЯНОГО ПЛАСТА ВЫСОКОЧАСТОТНЫМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

Киреев В.Н., Давлетбаев А.Я., Ковалева Л.А.

Башкирский государственный университет, г. Уфа,

kireev@anrb.ru

Электромагнитная обработка призабойной зоны пласта может рассматриваться как перспективный эффективный метод увеличения нефтеотдачи при добыче высоковязких, тяжелых и битумных нефтей, а также при разработке низкопроницаемых и сланцевых месторождений.

Разработана математическая модель процесса обработки призабойной зоны добывающей нефтяной скважины высокочастотным электромагнитным полем. Сопоставление результатов численных расчетов температурных полей в модели призабойной зоны пласта с полученными экспериментальными данными показало хорошее соответствие между ними.

Результаты численного моделирования показали, что при разработке низкопроницаемых залежей наиболее эффективными являются технологии, в которых электромагнитное воздействие на призабойную зону пласта осуществляется совместно с другими методами увеличения нефтеотдачи, такими как гидроразрыв пласта или закачка растворителя. В зависимости от условий залегания, свойств нефти и продуктивного пласта различные методы воздействия можно проводить одновременно или осуществлять поэтапное воздействие.

С использованием специально разработанного симулятора проведено сравнение нескольких вариантов воздействия. Итоговая эффективность каждого варианта воздействия определялась путем расчета энергетического баланса и экономической эффективности (периода окупаемости).

В частности, была смоделирована динамика добычи тяжелой нефти из скважины с трещиной гидроразрыва при осуществлении поэтапного электромагнитного воздействия с одновременной закачкой растворителя. Показана эффективность такой комбинированной электромагнитной технологии по сравнению с методом <холодной> добычи и обнаружено, что наибольшая эффективность достигается для относительно <коротких> (5-10 м) трещин гидроразрыва.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЗАДАЧАХ АКТИВНОЙ СЕЙСМОЛОГИИ¹

Ковалевский В.В.

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирск, kovalevsky@sscc.ru

В докладе рассмотрены задачи активной сейсмологии, в которых применяется математическое моделирование волновых полей от вибросейсмических источников. Рассмотрена методика вибросейсмического мониторинга Байкальской рифтовой зоны и методика верификации скоростных моделей земной коры, полученные для юга Байкальской рифтовой зоны и сопредельных областей Монголии в экспериментах BEST (Baikal Explosion Seismic Transect) и PASSCAL (Program for the Array Seismic Study of Continental Lithosphere). Приведены результаты математического моделирования вибросейсмических полей с масштабом расчетной области до телесеismicких расстояний на основе развития численно-аналитического метода, спектрально-разностных параллельных алгоритмов, конечно-разностного метода высокого порядка точности. Выполнено сравнение теоретических и экспериментальных данных вибро-ГСЗ Байкальской рифтовой зоны и северной Монголии.

Литература

1. Активная сейсмология с мощными вибрационными источниками / Отв.ред. Г.М. Цибульчик. - Филиал "Гео"Издательства СО РАН, 2004. -382 с.
2. *Ковалевский В.В., Фатьянов А.Г., Караваев Д.А.* Верификация скоростных моделей земной коры Байкальского региона, построенных по данным экспериментов BEST и PASSCAL. Интерэкспо Гео-Сибирь, 2016, Т. 2. С. 3-7

¹Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ № 15-07-06821-а

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ РЯДОВ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ТЕЧЕНИЙ ВЯЗКОГО ТЕПЛОПРОВОДНОГО ГАЗА И ЧИСЛЕННОЕ ПОСТРОЕНИЕ РЕШЕНИЯ С ПРИМЕНЕНИЕМ РАСПАРАЛЛЕЛИВАНИЯ

Козлов П.А.

ФГБОУ ВО Уральский государственный университет путей сообщения (УрГУПС), Екатеринбург, pkozlov@usurt.ru

Моделируются одномерные и двумерные течения газа решением полной системы уравнений Навье - Стокса (ПСУНС), строящейся с использованием бесконечных тригонометрических рядов по пространственным переменным [1]. Решаются специально выбранные начально-краевые задачи для PSUНС. Например, для функции удельного объема (δ), представление таково:

$$\delta(t, x, y) = \delta_0^0 + \delta_0(t) + \sum_{k=1}^{\infty} \delta_{k,1}(t) \cos kx + \sum_{k=1}^{\infty} \delta_{k,2}(t) \cos ky,$$

где x, y – пространственные переменные, t – время, δ_{00} – заданная константа, $\delta_0(t)$, $\delta_{k,1}(t)$, $\delta_{k,2}(t)$ – искомые коэффициенты. Подобным образом получают представления для функций скорости (u, v) и давления (p).

После проецирования функций на бесконечномерный базис, получаем систему обыкновенных дифференциальных уравнений (СОДУ) для $\delta_0(t)$, $\delta_{k,i}(t)$, $u_{k,i}(t)$, $v_{k,i}(t)$, $p_0(t)$, $p_{k,i}(t)$, $i=1, 2$.

Система сводится к форме, содержащей одиночные суммы, а не двойные, в результате остается меньшее количество арифметических операций в расчете правых частей при решении СОДУ. Берутся конечные отрезки бесконечных тригонометрических рядов с требуемой точностью, строится СОДУ с конечным числом уравнений и искомым функциям. Приводится способ распараллеливания.

Литература

1. *Баутин С.П., Замыслов В.Е., Скачков П.П.* Математическое моделирование тригонометрическими рядами одномерных течений вязкого теплопроводного газа. Новосибирск.: Наука, 2014. 90 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕШЕНИЯ ДВУМЕРНЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ НА ЛОКАЛЬНО-МОДИФИЦИРОВАННЫХ КВАЗИСТРУКТУРИРОВАННЫХ СЕТКАХ¹

Козырев А.Н., Свешников В.М.

Институт Вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, г.Новосибирск, kozyrev_a@inbox.ru, victor@lapasrv.sccc.ru

В докладе предлагаются алгоритмы и технологии построения локально-модифицированных квазиструктурированных сетках, состоящих из структурированных прямоугольных подсеток, которые подвергаются модификации с целью адаптации к внешней границе сложной конфигурации. Решение краевых задач ищется методом итерации по подобластям, на которые разбивается исходная расчетная область в результате применения метода декомпозиции. Допускаются несогласованные сетки в подобластях. Исследуется вопрос о построении сетки на границе сопряжения подобластей (интерфейсе), которая также может подвергаться модификации. Решение в подобластях сопрягается в результате применения прямой конечно-разностной аппроксимации уравнения Пуанкаре - Стеклова. Разработаны технологии решения уравнения Пуанкаре-Стеклова на границе сопряжения несогласованных подсеток, имеющих различные шаги. Качество построенных сеток контролируется проведением серии численных экспериментов на различных квазиструктурированных сетках в области с криволинейной границей. Результаты численных экспериментов подтверждают эффективность предлагаемых подходов.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 16-01-00168)

РАСЧЕТ ЗАДАЧИ МИКРОМАСШТАБНОЙ МОДЕЛИ АТМОСФЕРЫ ДЛЯ НЕСЖИМАЕМОЙ СРЕДЫ¹

Кондаков В.Г.

*Институт проблем безопасного развития атомной
энергетики, Москва, kondakov@ibrae.ac.ru*

В предыдущей работе [1] была предложена модель гидродинамики среды в приближении слабой сжимаемости. Для нее была построена k - ϵ модель турбулентности, которая оказалась несколько неудачной в плане быстродействия счета и приемлимости результатов (было явное завышение турбулентной кинетической энергии в зоне рециркуляции). Поэтому на замену ей была предложена вторая модель уже несжимаемой среды в условиях городской застройки. Данная методика оказалась оправданной в виду менее строгого ограничения на шаг по времени. Цель работы – внедрение RANS модели k - ϵ турбулентности для существующей модели несжимаемой среды.

Общепринятыми в CFD-кругах являются три разновидности k - ϵ модели: На базе стандартной k - ϵ модели с учетом ее недостатков были созданы "RNG" k - ϵ модель и "Realizable" k - ϵ модели.

Все три модели имеют подобные формы, с уравнениями переноса k и ϵ . Основное различие этих моделей заключается в следующем: Метод вычисления турбулентной вязкости. Турбулентные числа Прандтля управляющие турбулентной диффузией k и ϵ . Генерация и распад параметров в ϵ уравнении. Уравнения переноса, методы вычисления турбулентной вязкости, и постоянные модели представлены раздельно для каждой модели.

Литература

1. *Кондаков В.Г.* Гидродинамика в приближении слабой сжимаемости в условиях городской застройки // тезисы доклада международной конференции СКТЕММ-2016.
2. *Launder B.E., Spalding D.B.* Lectures in Mathematical Models of Turbulence. // London: Academic Press, 1972. - 169

¹Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-31-00250 мол-а

ПРЕДОБУСЛАВЛИВАТЕЛЬ С ПРОЕКТОРАМИ ДЛЯ СМЕШАННЫХ МЕТОДОВ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Крамаренко В.К. *, Кузнецов Ю.А. **

* *Институт вычислительной математики, Москва,*

kramarenko.vasily@gmail.com

** *University of Houston, Хьюстон, США, kuz@math.uh.edu*

В данном докладе представлены новые способы построения предобуславливателей для некоторых частных случаев задачи диффузии. Рассмотрены и исследованы два способа построения предобуславливателя для конденсированных матриц, возникающих при гибридной смешанной постановке задачи диффузии решаемой методом конечных элементов в сильно гетерогенной среде [1]. Предобуславливатель построен при помощи специальных проекторов на векторные пространства, ортогональные к векторам с константными компонентами [2]. Рассматривается двумерная задача диффузии в единичном квадрате с краевыми условиями Неймана. Область разделена на подобласти, в каждой из которых задан свой коэффициент диффузии D и также задана мелкая расчетная сетка. Дискретизация производится при помощи гибридной схемы метода конечных элементов PWCF [3]. Проведены тесты для случая с различным коэффициентом диффузии в каждой подобласти и для случая разделения подобластей на две группы: в первой группе $D \equiv 1$, тогда как в другой D - различен в каждой подобласти. Проведенные тесты показывают отсутствие зависимости скорости сходимости от отношения максимального и минимального коэффициентов диффузии в разных подобластях при использовании новых предобуславливателей.

Литература

1. *Kuznetsov, Y. Kramarenko, V. Preconditioners with projectors for mixed hybrid finite element methods // Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling, 2017.32(1), pp. 39-45*
2. *Yu. A. Kuznetsov, Two-level preconditioners with projectors for unstructured grids, // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling (2000), 15, No. 3-4. 247-255.*
3. *Yu. A. Kuznetsov, Approximations with piece-wise constant fluxes for diffusion equations. Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling (2011), 19, No. 4. 309-328.*

МЕТОД СЕЛЕКТИВНОЙ ФУНКЦИИ ДЛЯ МОДЕЛИ СОСУЩЕСТВОВАНИЯ ПОПУЛЯЦИЙ НА НЕОДНОРОДНОМ АРЕАЛЕ

Кругликов М.Г., Цибулин В.Г.

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону,
mkruglicov@gmail.com*

В математической экологии активно изучаются проблемы выживания конкурирующих видов, инвазии популяций на заселенные родственными видами территории. Анализ показал, что в случае однородного ареала среди двух популяций выживает более медленная, то есть популяция с меньшей дисперсией (отношение коэффициента диффузии к параметру роста). С использованием теории косимметрии [1, 2] для пространственно-неоднородных ареалов в [3] было начато исследование влияния параметров роста на сценарии выживания конкурирующих видов. Проводились расчеты установления стационарных распределений, анализировались условия на параметры, при которых реализовывался сценарий сосуществования видов.

В докладе с применением аппарата селективной функции [2] исследуются условия сосуществования двух близкородственных популяций с учетом неоднородности ареала и параметров роста. Развивается полубратный метод для анализа стратегий, позволяющих за счет управления функциями роста обеспечить выживание обеим популяциям. Определяются условия на параметры, при которых у системы имеется косимметрия, явным образом задается отвечающее этому случаю семейство стационарных решений и для различных функций роста, разрушающих косимметрию, анализируются нули селективной функции. Проверка производилась прямым расчетом стационарных распределений при найденных значениях параметров.

Литература

1. Юдович В. И. Косимметрия, вырождение решений операторных уравнений, возникновение фильтрационной конвекции // Математические заметки. 1991, Т. 49. Вып. 5. С. 142–148.
2. Юдович В. И. О бифуркациях при возмущениях, нарушающих косимметрию // Докл. РАН. 2004, Т. 398. № 1. С. 57–61.
3. Кругликов М. Г., Цибулин В. Г. Анализ модели сосуществования популяций, конкурирующих на пространственно-неоднородном ареале // Экол. вестник НЦ ЧЭС. 2015. № 2. С. 56–64.

ВЛИЯНИЕ КОРРОЗИОННОГО ИЗНОСА НА СЛОЖНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ФИЗИЧЕСКИ И ГЕОМЕТРИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНОЙ БАЛКИ БЕРНУЛЛИ-ЭЙЛЕРА В РАМКАХ СВЯЗАННОЙ ЗАДАЧИ ТЕРМОДИНАМИКИ¹

Крылова Е.Ю.* , Папкина И.В. , Крысько В.А.****

** Национальный исследовательский саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, Саратов, kat.krylova@bk.ru*

*** Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А., Саратов, ikravzova@mail.ru, tak@sun.ru*

В работе строится математическая модель колебаний физически и геометрически нелинейной балки Бернулли-Эйлера переменной толщины в условиях нормальной ударной нагрузки с учетом коррозионного износа и связанности полей деформации и температуры. В модели учитывается влияние напряжений на скорость коррозии (модель Долинского). Никаких ограничений на распространение температуры по толщине балки не накладывается, рассматривается двумерное параболическое уравнение теплопроводности. Геометрическая нелинейность учтена по модели Т. фон Кармана, физическая по деформационной теории А. А. Илюшина. Математическая модель представляет собой систему дифференциальных уравнений в частных производных гиперголо-параболического типа с начальными и граничными условиями. Для сведения ее к системе обыкновенных дифференциальных уравнений по пространственной координате применяется метод конечных разностей. Полученная задача Коши по времени решается методом Рунге-Кутты четвертого порядка. Задача решается в два этапа. Сначала на медленном времени рассчитывается закон изменения толщины балки вследствие влияния коррозии и температуры. После чего на быстром времени рассматривается влияние, полученного на первом этапе, коррозионного износа на колебания балки, находящейся в температурном поле, с учетом саморазогрева системы.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ проект №16-31-00092

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ В ЗАДАЧЕ ИМПУЛЬСНОГО НАГРЕВА НА ОСНОВЕ ИНЖЕКТОРА ЭЛЕКТРОНОВ¹

Лазарева Г.Г. *, Аракчеев А.С. **

** Институт вычислительной математики и
математической геофизики Сибирского отделения РАН
(ИВМиМГ СО РАН), Новосибирск, lazareva@ssd.sccc.ru*

*** Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера Сибирского
отделения РАН (ИЯФ СО РАН), Новосибирск,
asarakcheev@gmail.com*

Для создания устойчивых к плазменной нагрузке материалов требуется понимание процессов, происходящих во время импульсных нагрузок. Поэтому в экспериментах нужно измерять не только финальный результат воздействия, но и динамику быстрых процессов, а также проводить их моделирование. Из-за теплового расширения при импульсном нагреве в поверхностном слое вольфрама образуются трещины. Экспериментально обнаружено, что образуются не только перпендикулярные поверхности трещины, но и параллельные поверхности. Последние могут существенно ухудшать теплоотвод от поверхности облучённого материала. Задачей данной работы является расчёт теплоотвода при импульсных тепловых нагрузках вблизи параллельной поверхности материала трещины. В том числе, воспроизведение измеренных распределений температуры по поверхности и предсказание характерных зависимостей ослабления теплоотвода в зависимости от геометрии трещин. Расширение модели состоит в рассмотрении процессов плавления и испарения в полной гидродинамической постановке.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке Программы РАН № 0315-2015-0010, стипендии Президента России (проект СП-4010.2016.1)

ПРЕДОБУСЛОВЛИВАНИЕ МЕТОДОВ ПОДПРОСТРАНСТВА КРЫЛОВА КОСОСИММЕТРИЧНЫМИ ИТЕРАЦИЯМИ¹

Мартынова Т.С.

ИММиКН ЮФУ, Ростов-на-Дону, *martynova@sfedu.ru*

Исследуется класс предобусловливателей для решения систем линейных алгебраических уравнений с несимметричной положительно определенной матрицей, построенный на основе симметричного и кососимметричного расщепления матрицы системы. Дается его обобщение для решения систем уравнений с седловой матрицей.

Рассматриваемая СЛАУ имеет вид:

$$Av = b, \quad b \in \mathbb{R}^n, \quad (1)$$

где $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Матрица A системы (1) представляется в виде

$$A = A_0 + A_1, \quad (2)$$

где

$$A_0 = \frac{1}{2}(A + A^T), \quad A_1 = \frac{1}{2}(A - A^T), \quad A_1 = K_L + K_U, \quad (3)$$

где K_L и K_U строго нижне- и верхнетреугольная матрицы [1, 2].

На основе (2)-(3) исследован класс треугольных и попеременно-треугольных предобусловливателей. Доказана лемма о локализации спектра предобусловленной матрицы и теорема об асимптотической скорости сходимости предобусловленного метода GMRES.

Литература

1. Крукиер Л.А. Неявные разностные схемы и итерационный метод их решения для одного класса систем квазилинейных уравнений // Изв. ВУЗов, Матем. 1979. № 7. С. 41–52.
2. Крукиер Л.А. Кососимметричные итерационные методы решения стационарного уравнения конвекции-диффузии с малым параметром при старшей производной // Изв. ВУЗов, Матем. 1997. № 4. С. 74–85.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке Мин-ва обр. и науки РФ, Базовая часть гос. задания, тема: Фундаментальные и прикл. задачи мат. моделирования №1.5169.2017/8.9

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕКОМПЕТЕНТНОСТИ ВО ВЛАСТНЫХ СТРУКТУРАХ¹

Михайлов А.П. *, Прончева О.Г.**

* *Институт Прикладной Математики им. М.В. Келдыша
РАН, Москва, artikhailov@yandex.ru*

** *Институт Прикладной Математики им. М.В. Келдыша
РАН, Москва; Московский Физико-Технический Институт
(ГУ), Москва, olga.proncheva@gmail.com*

Построен и изучен вариант модели <Власть-Общество> с коррумпированной иерархией, описывающий взаимосогласованную динамику распределения власти в иерархии и уровня коррупции инстанций этой иерархии с учетом их компетентности. Некомпетентность формализована следующим образом: предполагается, что данная инстанция некомпетентна, если она реализует ненадлежащее количество власти, не преследуя тайных корыстных целей. Тем самым, действия некомпетентного чиновника и коррумпированного чиновника различаются по мотивам, но совпадают по последствиям. Например, если чиновник должен выдать 100 разрешений на торговлю, но выдает 80 или 120, то он либо некомпетентен, либо коррумпирован. С точки зрения модели <Власть-Общество>, разница состоит в том, что подавление коррумпированного чиновника проводится тем сложнее, чем больше у власти он реализует. Причина состоит в том, что участие в коррупции дает чиновнику дополнительный личный ресурс для сопротивления антикоррупционным мероприятиям. Этого преимущества нет у некомпетентного чиновника: например, если он издает дополнительные (сверх надлежащего количества) распоряжения, то это никак не увеличивает его возможность сопротивляться реформированию. Построена математическая модель <Власть-Общество>, учитывающая некомпетентность инстанций. В случае непрерывной иерархии она имеет вид дифференциального уравнения в частных производных параболического типа, в случае дискретной иерархии - вид системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Проведено исследование модели аналитическими и численными методами, результатам анализа дана содержательная политологическая трактовка.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке РГНФ, проект 15-03-00435

МНОГОТОЧЕЧНЫЕ МОДЕЛИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СИГНАЛА В НЕРВНОМ ВОЛОКНЕ

Муратова Г.В., Бавин В.Б.

*Институт математики, механики и компьютерных наук
им. И.И. Воровича ЮФУ, Ростов-на-Дону, muratova@sfedu.ru*

Работа посвящена современным методам математического моделирования электрической активности нейронов с использованием кабельной теории. В отличие от точечных моделей, в которых базовой единицей является нейрон, кабельное уравнение позволяет учитывать пространственную геометрию нервных клеток. Кабельная теория моделирует распространение импульса вдоль нервного волокна, составленного из эквивалентных электрических схем. Такой подход позволяет заменить точечную модель на сегментированную модель нейрона, дающую возможность моделировать распространение импульса, как вдоль нейрона, так и между нейронами. Для эффективного численного моделирования процессов, протекающих в моделях биологических нейронных сетей требуется решение больших разреженных систем линейных алгебраических уравнений, полученных при конечно-разностной или конечно-элементной дискретизации кабельного уравнения (1).

$$\frac{d^2V}{dx^2} \cdot \frac{1}{r_l} = \frac{V}{r_m} + c_m \cdot \frac{dV}{dt},$$

где c_m – мембранная емкость, r_l – осевое сопротивление, r_m – сопротивление мембраны, V – потенциал, x – расстояние от ядра клетки (сомы).

В данной работе предлагается использовать алгебраический многосеточный метод, один из наиболее эффективных и широко распространенных методов для решения систем линейных алгебраических уравнений большой размерности. Исследованы характеристики двух алгоритмов огрубления сетки: RS (Ruge-Stuben), PMIS (Parallel Modified Independent Set) алгоритмы. Приведены результаты вычислительного эксперимента по решению задачи моделирования распространения потенциала действия вдоль участка нервного волокна.

В результате численных экспериментов оценены такие характеристики многосеточных алгоритмов как операторная сложность, количество итераций, время построения матриц, решения и общее время

Лучшие показатели по операторной сложности и числу итераций, получены для метода огрубления на основе PMIS алгоритма.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА САМОВОСПЛАМЕНЕНИЯ УГЛЕВОДОРОДНОЙ СМЕСИ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ ПРИ ЗАКАЧКЕ ВОЗДУХА¹

Мусин А.А., Марьин Д.Ф., Сельтикова Е.В., Тухбатова Э.Р.

*Башкирский государственный университет, г. Уфа,
mus-airat@yandex.ru*

В работе моделируется процесс зарождения и распространения очага внутрипластового горения в условиях неизотермической трехфазной фильтрации с фазовыми переходами и химическими реакциями в недеформируемой пористой среде. При записи математической модели предполагается, что жидкие фазы несжимаемы, газовая фаза сжимаема и описывается уравнением состояния совершенного газа, газ состоит из водяного пара, кислорода и инертного газа, газовые компоненты в нефти и воде не растворяются, учитывается теплообмен с окружающей средой. Задача решается в одномерной постановке. Математическая модель включает в себя уравнения массового баланса фаз и компонентов, уравнение баланса энергии, дополненные соответствующими замыкающими соотношениями [1]. Система уравнений решается численно с использованием метода контрольного объема и IMPES-метода. Проведены многопараметрические исследования задачи внутрипластового горения на основе безразмерных комплексов, составленных из параметров Франк-Каменецкого, Пекле, Био и нефтенасыщенности. Рассматриваемые безразмерные комплексы характеризуют взаимодействие процессов, протекающих при внутрипластовом горении. На основе проведенных расчетов строится диагностический график, который позволяет предварительно определить возможность применения методики без проведения ресурсоемких вычислений.

Литература

1. Якупова Э.Р., Сельтикова Е.В., Марьин Д.Ф., Мусин А.А. Численное моделирование процесса внутрипластового горения при закачке воздуха в пласт // Вестник Башкирского университета. 2015. Т. 20. N. 3. С. 781–785.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке Гранта РФФИ 16-31-00423 Мол а

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ЖИДКОСТЕЙ НА ПРОЦЕСС РАССЛОЕНИЯ ВОДОНЕФТЯНОЙ ЭМУЛЬСИИ¹

Мусин А.А., Юлмухаметова Р.Р., Тухбатова Э.Р.,
Ковалева Л.А.

*Башкирский государственный университет, г. Уфа,
mus-airat@yandex.ru*

В процессе теплового воздействия на водонефтяные эмульсии изменяются термодинамические параметры системы. Нарушение термодинамического равновесия может оказать как положительное, так и отрицательное влияние на процесс расслоения эмульсии. При изменении температуры положительное влияние связано с увеличением разности плотностей фаз и снижением вязкости дисперсной среды, а негативное - с термоконвективными течениями, возникающими в эмульсионной системе [1].

Данная работа посвящена исследованию влияния теплофизических параметров углеводородной жидкости на процесс расслоения водонефтяной эмульсии. Рассматривается замкнутая емкость заполненная водонефтяной эмульсией. Считается, что на систему оказывается термическое воздействие путем подогрева нижней грани емкости или СВЧ электромагнитным излучением. Температура жидкости с течением времени повышается, и возникает тепловое движение среды. Математическая модель задачи записана в диффузионном приближении и включает в себя систему уравнений тепловой конвекции в приближении Буссинеска и уравнение диффузии. Считается, что капли воды в нефти имеют одинаковый размер и не меняют своей формы. Задача решается в безразмерном виде, исследуется возможность оседания капель воды в водонефтяной эмульсии в зависимости от значений безразмерных чисел Рейля и Архимеда, зависящих от теплофизических параметров жидкостей.

Литература

1. *Fatkhullina Y.I., Musin A.A., Kovaleva L.A., Akhatov I.S.* Mathematical modeling of a water-in-oil emulsion droplet behavior under the microwave impact // *Journal of Physics: Conference Series*. 2015. 574(1), art. no. 012110.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ МК-9398.2016.1

РЕДУЦИРОВАННЫЕ МОДЕЛИ РУСЛОВЫХ ПОТОКОВ И ИХ ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ¹

Надолин К.А. *, Жилияев И.В. **

* Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону,
k.a.nadolin@mail.ru

** Южный научный центр РАН, Ростов-на-Дону,
zhilyaev@mail.com

Моделирование русловых течений на основе полных уравнений гидродинамики и массопереноса требует значительных вычислительных ресурсов. Поэтому разработка и использование упрощенных математических моделей гидродинамики и транспорта вещества русловыми потоками является весьма актуальной задачей.

В докладе рассматривается перенос пассивной примеси турбулентным русловым течением. Предполагается, что поток является мелким протяженным и слабо искривленным, а его русло неразмываемое и твердое. Результаты численного моделирования, полученные на основе редуцированной математической модели, сравниваются с расчетами, основанными на полных трехмерных уравнениях.

Заметим, что редуцированные уравнения описывают течение в русловом потоке как пространственно трехмерный процесс, при этом они существенно проще полных трехмерных уравнений [1]. Также следует отметить, что в отличие от осредненных моделей, предлагаемая модель учитывает пространственную структуру течения, что позволяет исследовать влияние формы дна и береговой линии русла, а также некоторых внешних факторов (например, воздействие ветра) на особенности течения и массопереноса.

Литература

1. *Надолин К.А., Жилияев И.В.* Редуцированная 3D модель гидродинамики мелкого протяженного и слабо искривленного водотока // Водные ресурсы. 2017. Т. 44. N. 2. С. 158–167.

¹Результаты исследования используются в спецкурсе, подготовленном в рамках проекта <Разработка англоязычной магистерской программы «Computational Mechanics and Informational Technologies», когерентной программам европейских университетов-партнеров>. Проект стал победителем Грантового конкурса Стипендиальной программы Владимира Потанина 2016/2017 г. для преподаватели магистерских программ вузов и реализуется на средства гранта Благотворительного фонда В. Потанина.

ПРИНЦИПЫ МАКСИМУМА В МОДЕЛЯХ МНОГОФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Новиков К.А.

*Институт вычислительной математики Российской
академии наук, Москва, konst.novikov@gmail.com*

Доклад посвящен обсуждению справедливости принципов максимума для профилей насыщенности и давления жидкостей в моделях многофазной фильтрации. Сначала приводятся экспериментальные свидетельства существования выбросов вверх и вниз (то есть нарушения принципов максимума и минимума) в профилях водонасыщенности. Затем обсуждаются различные математические подходы к моделированию движения жидкостей и газов в нефтяных пластах и справедливость принципов максимума для решений уравнений рассматриваемых моделей. Далее изучается справедливость принципов максимума для численных реализаций моделей.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИ РАЗНОРОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЕДИНОМ ЧИСЛЕННОМ КОДЕ¹

Острик А.В.

*Институт проблем химической физики РАН, Черноголовка,
ostrik@icp.ac.ru*

На современном этапе развития вычислительной техники и численных методов моделирования открывается возможность разработки расчетных кодов для исследования набора физических процессов с различной физикой в едином численном коде. Наличие таких кодов принципиально важно, поскольку практически любое явление природы или работа любого технического устройства, создаваемого человеком, есть результат протекания комплекса взаимосвязанных и физически разнородных процессов. Явления в природе и технике не подразделяется на традиционные разделы физики (механику, термодинамику, электродинамику и т.д.) и, более того, эти разделы, ограниченные определенными рамками их применимости и используемыми методами, не могут адекватно описывать реализующиеся на практике сочетания физических процессов.

Поэтому необходим синтез подходов и методов различных разделов физики. Этот синтез не прост и, как правило, приводит к возникновению пограничных областей физических знаний со своими подходами, методами, моделями и численными алгоритмами их реализации.

В настоящей работе рассматриваются общие принципы создания междисциплинарных численных кодов. В основу создания положены детальный анализ набора протекающих физических процессов и выбор из них доминирующих, которые определяют исследуемое явление в целом. Отмечается, что в состав междисциплинарного кода необходимо включение реляционной базы данных (БД) и сервисной оболочки. В качестве примера рассматривается проблемно-ориентированная БД «Барс», использующая СУ БД «Oracle 10g XE».

Представлены примеры единых численных моделей физически разнородных процессов для исследования действия потоков излучений и частиц различной физической природы на преграды и элементы композитных конструкций летательных аппаратов.

¹Работа выполнена при поддержке РФФИ (№ 16-08-01065-а)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ САМОРАЗОГРАВА ГИБКОЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ В ПЛАНЕ ПЛАСТИНЫ С УЧЕТОМ ФИЗИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ¹

Папкина И.В., Мицкевич С.А., Крысько А.В.

*Саратовский государственный технический университет им.
Гагарина Ю.А., Саратов, ikravzova@mail.ru, tak@sun.ru,
anton.krysko@gmail.com*

В работе построена математическая модель для гибкой пластинки с учетом физической нелинейности и связанности температурного и деформационного полей для параболического уравнения теплопроводности. В основу математической модели положена гипотеза Кирхгофа-Лява, геометрическая нелинейность учтена по модели Кармана, физическая нелинейность по деформационной теории пластичности А.А. Илюшина. Полученная нелинейная интегро-дифференциальная система уравнений в частных производных разной размерности сводится к задаче Коши методом конечных разностей второго порядка точности. Задача Коши решается методом Рунге-Кутты четвертого порядка точности. При решении уравнения теплопроводности никаких ограничений на распределение температуры не накладывается, а определяется температура на каждом шаге по времени из трехмерного уравнения теплопроводности.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, грант № 16-19-10290

КОРРЕКТНЫЕ МЕТОДЫ ДЛЯ ПРЯМЫХ И ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ С ДИАГНОСТИКОЙ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЕЙ¹

Пененко В.В.

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирск, penenko@sscc.ru

Обсуждаются вопросы построения корректных численных методов решения прямых и обратных задач по заданным целевым функционалам при совместном применении математических моделей и данных наблюдений исследуемых процессов. В реальности модели и результаты наблюдений имеют различного рода неопределённости и ошибки, поэтому исходные постановки задач могут быть условно корректными. При таких предпосылках организацию системы моделирования и построение численных методов для её реализации удобно осуществлять на основе вариационных принципов в формулировке со слабыми ограничениями. Фундаментальное значение в этой вариационной методологии имеют сопряженные функции и функции неопределённости/управления. Это дополнительные искомые функции, которые обеспечивают эффективность решения задач в целом.

Первые из них выступают в двух аспектах: это множители Лагранжа для учета моделей в качестве ограничений на класс функций состояния и сопряженные интегрирующие множители для построения на их основе дискретно-аналитических численных схем для уравнений моделей процессов. При этом порядок операторов исходных моделей понижается на единицу. В рамках методов конечных элементов/объемов получаются совокупности соотношений типа законов сохранения, из которых определяются искомые решения прямой задачи. В обоих аспектах постановки сопряженных задач выбираются исследователем безусловно корректными. Это обеспечивает корректность алгоритмов для реализации технологии моделирования в целом. Функции неопределенностей дают количественную информацию для диагностики качества системы прогнозирования при усвоении данных наблюдений, при решении задач идентификации источников воздействий и т.д.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке Программы президиума РАН № I.33П и гранта РФФИ 17-01-00137

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОМЫСЛОВОЙ ПОПУЛЯЦИИ ПРИ ВАРИАТИВНОСТИ ТЕМПОВ ИНДИВИДУАЛЬНОГО РАЗВИТИЯ¹

Переварюха А.Ю., Дубровская В.А.

Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН, Санкт-Петербург, madelf@pisem.net

Для моделирования сценария неожиданного для экспертов, которые определяют режим эксплуатации биоресурсов, стремительного исчерпания запасов долгоживущих рыб нами выделены три ранее не обсуждавшиеся проблемы формализации факторов выживаемости:

- I. Тип регуляции с неквадратичной зависимостью от плотности убыви текущей численности $\alpha N^\gamma(t)$, $2 < \gamma < 3$ на ранних стадиях развития как специфического конкурентного фактора, появляющегося при масштабной интродукции молоди осетровых Каспия или активном каннибализме, как у трески Атлантики.
- II. Описание влияния на выживаемость вариативности темпов размерного развития, как фактора нестабильности действия ювенальной смертности на интервале уязвимости $0 < t < T$.
- III. Учет в уравнении убыви резкое усиление действия смертности в ограниченных интервалах состояния нерестового запаса.

Модель вариативности темпов развития молоди в формировании промыслового пополнения на основе модифицированного балансового уравнения конкурентного роста и свободное с вычислением функции отклонения $\Delta(w(t)) > 0$, включаемого в уравнение выживаемости $\alpha \Delta(w(t)) N^\gamma(t)$. Опосредованное влияния на жизнестойкость оказывает отклонение, получаемое в результате включения давления плотности в новое расширенное «конкурентное» уравнение:

$$\frac{dw}{dt} = \frac{\eta}{\xi v(N(t))} \sqrt[3]{w(t)^\zeta} - kw(t)^\sigma, w(0) = w_0 \quad (1)$$

и расчетом из традиционного уравнения Л. фон Бергаланфи, не включающего внешние факторы. $N(t)$ от исходной $N(0)$ до итогового пополнения $R = N(T)$ опишем на интервале $t \in [0, T]$:

$$\frac{dN}{dt} = -(\alpha \Delta N(t) + \Psi(S)\beta) N(t) \quad (2)$$

¹Исследования проведены при финансовой поддержке РФФИ

АНАЛИТИЧЕСКОЕ И ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ ВЫБОРА ПОЗИЦИЙ ИНДИВИДАМИ ПРИ ИНФОРМАЦИОННОМ ПРОТИВОБОРСТВЕ В СОЦИУМЕ¹

Петров А.П.* , Прончева О.Г.**

* *Институт Прикладной Математики им. М.В. Келдыша
РАН, Москва, petrov.alexander.p@yandex.ru*

** *Институт Прикладной Математики им. М.В. Келдыша
РАН, Москва; Московский Физико-Технический Институт
(ГУ), Москва, olga.proncheva@gmail.com*

Рассматривается модель выбора позиций индивидами [1] при информационном противоборстве в социуме, построенная на основе модели подражательного поведения Рашевского [2] и имеющая вид интегродифференциального уравнения. На ее основе изучается вопрос о влиянии степени поляризации общества на исход противоборства. Для этого рассмотрено два вида распределения индивидов. Первый вид соответствует обществу, состоящему из двух групп, придерживающихся противоположных установок по некоторому вопросу. Второй вид распределения соответствует случаю, когда число индивидов, придерживающихся радикальных взглядов, растёт со степенью радикальности этих взглядов, причём есть предел "радикальности".

Кроме того, исследуется случай консолидированного общества, который соответствует обществу, в котором число индивидов, придерживающихся радикальных взглядов, уменьшается со степенью радикальности этих взглядов.

Модель исследована аналитически и численно. Результатам анализа дана содержательная трактовка.

Литература

1. *Петров А.П., Маслов А.И., Цаплин Н.А* Моделирование выбора позиций индивидами при информационном противоборстве в социуме // Математическое моделирование. 2015. Т. 27. N. 12. С. 137–148.
2. *Rashevsky N.* Outline of a Physico-mathematical Theory of Excitation and Inhibition // *Protoplasma*. 1933. Т. 20. N. 1. С. 42–56.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (проект №1420, государственное задание ВУЗов, базовая часть)Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 17-01-00390)

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАЛОСЖИМАЕМЫХ И НЕСЖИМАЕМЫХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ УПРУГОГО ТЕЛА ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ГЕМОДИНАМИКИ

Саламатова В.Ю., Лозовский А.В., Ольшанский М.А.,
Василевский Ю.В.

*Институт вычислительной математики, Москва,
salamatova@gmail.com, saiya-jin@yandex.ru,
molshan@math.uh.edu, yuri.vassilevski@gmail.com*

Считается, что при исследовании напряженно-деформированного состояния стенки кровеносного сосуда материал данной стенки можно считать несжимаемым. Это предложение опирается на следующие утверждения: 1) вода является основным структурным компонентом стенки кровеносного сосуда и 2) сжимаемость артерий различных отделов не превышает 0.1-0.2 %, согласно результатам экспериментальной работы 1968 года [1]. Условие несжимаемости позволяет получить решения многих задач нелинейной упругости в аналитическом виде, что упрощает обработку экспериментальных данных при изучении механического поведения стенок сосуда.

При численном моделировании деформации стенки кровеносного сосуда материал, как правило, считается малосжимаемым, чтобы избежать различных проблем при численной реализации (например, локинг при использовании метода конечных элементов). Значение константы, характеризующей сжимаемость материала, определяется экспертным решением. Было показано, что численные решения статических задач нелинейной упругости сильно зависят от значений данной константы [2], [3].

Нами было исследовано влияние сжимаемости материала на касательные напряжения на стенке артерии при моделировании течения крови в аневризме.

Литература

1. Carew T.E., Vaishnav R.N., Patel D.J. Compressibility of the arterial wall // Circulation research. 1968. Т. 23, N. 1. С. 61–68.
2. Destrade M., Gilchrist M.D., Motherway J., Murphy J.G. Slight compressibility and sensitivity to changes in Poisson's ratio // International Journal for Numerical Methods in Engineering. 2012. Т. 90, N. 4. С. 403–411.
3. Yosibash Z., Priel E. p-FEMs for hyperelastic anisotropic nearly incompressible materials under finite deformations with applications to arteries simulation // International Journal for Numerical Methods in Engineering. 2011. Т. 88, N. 11. С. 1152–1174.

ИССЛЕДОВАНИЕ СХОДИМОСТИ МЕТОДОВ ТИПА РУНГЕ-КУТТЫ ДЛЯ ЗАДАЧ ХАОТИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ НА ПРИМЕРЕ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ГИБКИХ БАЛОК¹

Салтыкова О.А. (*)(**), Папкова И.В. (*), Крысько В.А. (*)

* *Саратовский государственный технический университет
им. Гагарина Ю.А., Саратов, olga_a_saltykova@mail.ru,
Ikrazzova@mail.ru, tak@san.ru*

** *Томский политехнический университет, г. Томск, Россия,
olga_a_saltykova@mail.ru*

Проведено исследование нелинейной динамики и контактного взаимодействия двухслойной балки, верхняя балка – модель Эйлера-Бернулли, нижняя балка – модель Пелеха-Шереметьева. Между слоями есть малый зазор, меньше четверти толщины балки. На внешнюю балку действует поперечная распределенная знакопеременная нагрузка. Контактное взаимодействие балок учтено по модели Кантора Б.Я. Поставленная задача обладает большой нелинейностью, за счет учета геометрической нелинейности балок по Т. фон Карману и контактного взаимодействия балок. Система нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений методом конечных разностей второго порядка точности. Задача Коши решается численными методами, решение существенно зависит от метода и шага решения по времени. Поэтому предлагается решать задачу Коши несколькими методами. Метод Рунге-Кутты 4-го, 2-го порядков, метод Рунге-Кутта-Фелберга 4-го порядка, метод Кеш-Карпа 4-го порядка, Рунге-Кутта Принса - Дорманда восьмого порядка, неявный метод Рунге-Кутта 2-го и 4-го порядка. Исследуется сходимость результатов для хаотических колебаний в зависимости от применяемого численного метода и от шага по пространственной координате и времени. Анализ полученных результатов осуществляется методами нелинейной динамики и качественной теории дифференциальных уравнений.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда 16-11-10138

ВЫСОКОТОЧНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗМУЩЁННОГО ДВИЖЕНИЯ ИСКУССТВЕННЫХ СПУТНИКОВ ЗЕМЛИ НА ОСНОВЕ ГЕТЕРОГЕННЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СТРУКТУР

Сергеев С.И.

*Московский авиационный институт (национальный
исследовательский университет), Москва, sergey@sergeev.tv*

В настоящее время заселённость околоземного пространства уже достаточно высока и постоянно растёт. На низкой орбите уже находится около двухсот тысяч объектов, в области геостационарной орбиты более пятидесяти тысяч объектов размером более двух сантиметров. Только несколько процентов из них - функционирующие аппараты, это означает, что все остальные объекты имеют только пассивное движение, определяемое внешними возмущающими силами.

Различные орбиты имеют различное влияние действующих сил, таких как состояние атмосферы и приливных сил для низких орбит и учёт влияния лунно-солнечных связей и планет солнечной системы для высоких и геостационарных орбит [1]. Учёт влияния релятивистских эффектов, солнечной радиации на длительном интервале прогнозирования требует использования специальных методов численного интегрирования высоких порядков, для предотвращения накопления ошибки интегрирования. Модели движения постоянно уточняются и усложняются, в результате, вместе с увеличением количества объектов, моделирование возмущённого движения предъявляет высокие требования к вычислительным средствам. В работе представлена реализация высокоточной численной модели движения искусственных спутников Земли (ИСЗ) с учётом влияния значимых возмущающих сил на низкой орбите, где состояние атмосферы сильно зависит от солнечной активности [2].

Особенностью реализации является применение гетерогенных вычислительных структур. Параллельная реализация численного моделирования позволяет одновременно вычислять параметры орбиты нескольких тысяч объектов [3]. Реализация на гетерогенной вычислительной структуре, с использованием графических процессоров, позволяет получить увеличение производительности на один-два порядка по сравнению с классическими вычислительными структурами.

Литература

1. *Аксенов Е.П.* Теория движения искусственных спутников Земли. М.: Наука, 1977. 360 с.

2. *Дубошин Г.Н.* Справочное руководство по небесной механике и астродинамике. М.: Наука, 1976. 864 с.
3. *Немнюгин С., Стесик О.* Параллельное программирование для многопроцессорных вычислительных систем. СПб.: БХВ-Петербург, 2002. 400 с.

РАЗНОСТНАЯ СХЕМА ДЛЯ СОПРЯЖЕННО-ОПЕРАТОРНОЙ МОДЕЛИ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В ПОЛЯРНЫХ КООРДИНАТАХ¹

Сорокин С.Б.

*Институт вычислительной математики и математической
геофизики СО РАН, г. Новосибирск,*

*Новосибирский государственный университет, г. Новосибирск,
sorokin@sscc.ru*

В полярных координатах построен дискретный аналог сопряженно-операторной модели задачи теплопроводности сохраняющий структуру исходной модели. Разностная схема сходится со вторым порядком точности для случаев разрывных параметров среды в законе Фурье и неравномерных сеток. Предложен экономичный алгоритм решения дискретной сопряженно-операторной модели в случае, когда тензор теплопроводности является единичным оператором.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке программы № 1.3 Фундаментальные исследования ОМН РАН Современные вычислительные и информационные технологии решения больших задач, программы президиума РАН Интеллектуальные информационные технологии, математическое моделирование, системный анализ и автоматизация

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ МУЛЬТИСКВАЖЕННОЙ ДЕКОНВОЛЮЦИИ

Тимербаев М.Р.

*Казанский Приволжский федеральный университет, Казань,
marat.timerbayev@sofoil.com*

Изменение давления в каждой скважине в зависимости от режимов добычи самой скважины и других скважин коллектора, может быть записано в виде системы интегральных уравнений свертки с матричным ядром, описывающим взаимовлияние скважин друг на друга. Задача мультискваженной деконволюции состоит в отыскании этого матричного ядра, когда даны дебиты каждой скважины и отклики давлений в них. Эта обратная задача обладает сильной численной неустойчивостью и для ее решения требуются методы регуляризации. Один из численных методов решения задачи односкваженной деконволюции был предложен Шретером в работе [1]. Этот же подход использовался во многих других работах, в частности в работе [2] для задачи мультискваженной деконволюции. Следует отметить, что метод Шретера на реальных сильно зашумленных и неконсистентных данных показывает неудовлетворительные результаты. Для задачи мультискваженной деконволюции мы развиваем другой подход, комбинируя метод Шретера с методом квазирешений. Результаты численных экспериментов как на синтетических, смоделированных данных, так и на реальных данных, показывают устойчивую сходимость метода.

Литература

1. *von Schroeter T., Hollaender F., Gringarten A.C.* Deconvolution of Well-Test Data as a Nonlinear Total Least-Squares Problem // SPE J. 2004. N. 9. P. 375–390.
2. *Cumming J.A., Woof D.A., Whittle T., Gringarten A.C.* Multiwell Deconvolution // SPE J. 2014. N. 11. P. 457–465.

РЕАЛИЗАЦИЯ ВЕРОЯТНОСТНОГО ПОДХОДА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ КАК ГРИД ВЕБ-ПРИЛОЖЕНИЯ¹

Холодков К. И., Алёшин И. М.

*Институт физики Земли им. О. Ю. Шмидта РАН, Москва,
keir@ifz.ru, ima@ifz.ru*

Использование вероятностного подхода к решению обратных задач, формально, позволяет получить точное решение, а также оценить доверительные интервалы значений определяемых параметров. В работе рассматривается реализация такого подхода – формализма апостериорной функции распределения вероятности (АПФРВ), определяемая на основе функции правдоподобия и L_2 -метрики – для систем распределенных вычислений.

Использование АПФРВ предполагает её вычисление в каждой точке пространства моделей, что, ввиду "проклятия размерностей", предъявляет значительные требования к вычислительным ресурсам даже при относительно небольшом количестве искомым параметров. Ситуацию несколько облегчает тот факт, что при табуляции АПФРВ расчет в каждой точке выполняется независимо. Это позволяет воспользоваться возможностями, предоставляемые распределенными вычислительными системами, получившими название грид-систем или, просто, грид.

Как правило, такие системы объединяют ресурсы нескольких физически удаленных друг от друга вычислительных грид-узлов (например, компьютерных кластеров, дополненных системами хранения данных), соединенных между собой с помощью сетевых интерфейсов. Отсутствие взаимодействия между разными частями вычислений позволяет минимизировать временные затраты на обмен между узлами промежуточными данными.

Управление работой грид-системы осуществляется с помощью специального программного обеспечения, называемым промежуточным программным обеспечением. Нами было разработано программное обеспечение такого типа – платформа интеграции, ориентированная на расчет апостериорной функции распределения в геофизических приложениях. Платформа призвана упростить разработку и развертывание других задач подобного класса. В качестве вычислительных ресурсов используется созданный тестовый полигон на базе Gridway. Платформа отправляет задачи при помощи DRM4G[1], распределение задач и сбор данных производится по схеме Master-Worker. Таким образом, связка веб-служба – платформа интеграции избавляет исследователя от необходимости взаимодействия со сложной инфраструктурой Grid, а сама платформа в значительной мере упрощает разработку других приложений.

¹Работа выполнена при поддержке РФФ 16-17-10097

Для упрощения взаимодействия с пользователем была разработана веб-служба, которая позволяет задать все параметры вычислений через специально разработанный веб-интерфейс, кроме этого, интерфейс предоставляет ряд возможностей для анализа и визуализации. На основе платформы нами было разработано два приложения [2, 3].

Литература

1. *Santander Meteorology Group* DRM4G (Distributed Resource Management for Grid) [онлайн] // Instituto de Fisica de Cantabria - 2014
2. *Kholodkov K.I., Aleshin I.M.* Точное вычисление апостериорной функции распределения вероятности при помощи вычислительных систем // Компьютерные исследование и моделирование - 2015 - №3.
3. *Алешин И. М., Холодков К. И., Гетманов В. Г., Корягин В. Н.* Платформа интеграции веб-ориентированных грид-приложений // Информационные технологии и вычислительные системы. - 2016. - №. 1. - С. 84-95.

МЕТАН В БАЙКАЛЕ: МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ¹

Цветова Е.А.

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирск, e.tsvetova@ommgp.ssc.ru

Озеро Байкал, как объект всемирного наследия, привлекает особое внимание мировой общественности. В последнее время наиболее часто обсуждаются два круга вопросов. Первый – это открытие больших залежей газогидратов на дне озера и возможные события, связанные с этим, в аспекте изменяющегося климата. Второй – это резкие изменения в состоянии прибрежных экосистем, меняющие статус озера, как резервуара чистой воды. В научных кругах формируются различные гипотезы по поводу причин массовой гибели губок, очищающих воду, и появлению больших количеств нитчатых водорослей, не свойственных озерным экосистемам. Основной причиной этих бед безусловно называют антропогенное воздействие, связанное с поступлением неочищенных стоков. Кроме того, некоторые авторы усматривают другую причину: увеличение концентрации метана в водной толще озера. Отсюда следует мотивация наших исследований.

Для изучения гидро-геохимических процессов, протекающих в озере Байкал, в ИВМиМГ СО РАН разрабатывается комплекс математических моделей гидро-термодинамики, переноса и трансформации примесей, находящихся в различных фазовых состояниях. Для его численной реализации и построения согласованных алгоритмов используется вариационный подход, в соответствии с которым для всей системы строится интегральное тождество, которое затем аппроксимируется с использованием схем расщепления. На основе концепции сопряженных интегрирующих множителей для операторов типа конвекции-диффузии-реакции разработаны дискретно-аналитические схемы, обладающие свойствами безусловной монотонности.

В докладе будут представлены постановки задач, посвященных отдельным аспектам проблемы, а также приведены результаты численных экспериментов.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке Программ РАН № I.33П и II.2П/1.3 и гранта РФФИ 17-01-00137

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ СГОННО-НАГОННЫХ КОЛЕБАНИЙ УРОВНЯ ВОДЫ УСТЬЕВОЙ ОБЛАСТИ ДОНА НА МОРФОМЕТРИЮ РУСЛА

Чикин А.Л. *, Клещенков А.В. *, Чикина Л.Г. **

* *Институт аридных зон Южного научного центра РАН,
Ростов-на-Дону, chikin@sfedu.ru, geo@ssc-ras.ru*

** *Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону,
lchikina@sfedu.ru*

Устьевая область Дона является наиболее освоенным и вовлеченным в хозяйственную деятельность районом Нижнего Дона. Здесь расположены морские порты Азов и Ростов-на-Дону, эксплуатирующие акваторию р. Дон, наблюдается активная речная навигация вверх по Дону (порты Усть-Донецк, Волгодонск), на Волгу и Каспий. Ежегодно из-за колебаний уровня воды в Дону происходит простой судов на рейдах, транспортные компании терпят многомиллионные убытки. В настоящее время ведется проектирование и озвучиваются планы по строительству Багаевского гидроузла, призванного ликвидировать лимитирующие участки судового хода. В этой связи решение проблемы прогнозирования положения уровня на различных интервалах русла в зависимости от силы и направления ветра, уровня воды в принимающем водоеме (Таганрогском заливе) и расходах в замыкающем створе в ст. Раздорская представляется своевременной и актуальной задачей.

Для описания неустановившегося движения воды в открытом русле воспользуемся следующей системой дифференциальных уравнений [1]:

$$\frac{dQ}{dt} + gW \left(\frac{dz}{ds} + \frac{Q|Q|}{K^2} \right) = 0$$

$$\frac{dW}{dt} + \frac{dQ}{ds} = q$$

где s – координата; t – время; Q – расход воды; z – уровень воды; W – площадь поперечного сечения; q – распределенный боковой приток; K – модуль расхода; g – ускорение свободного падения.

Данная система замыкается граничными и начальными условиями:

$$Q(0, t) = Q_1(t), z(L, t) = z_1(t); \quad Q(s, 0) = Q_0(s), z(x, 0) = z_0(s)$$

Задача решается конечно-разностными методами. Для расчета уровня свободной поверхности русла был выбран устьевый участок нижнего Дона

от второго узла дельты Дона (исток рукава Каланча) до станицы Раздорская, который был разбит на четыре отрезка с левыми границами в наблюдательных постах: Ростов, Аксай, Багаевская и Раздорская. Длина всего участка составляла 134 км. Подбирая значения коэффициентов шероховатости n для рассматриваемых отрезков была получена кривая поверхности воды (в абсолютных значениях), удовлетворяющая среднестатистическим значениям наблюдений на наблюдательных постах в период с 2001 по 2015 гг. На левой границе задавался средний расход ($Q = 535 \text{ м}^3/\text{с}$), на правой границе задавался средний уровень ($z = 0 \text{ м}$). Коэффициенты шероховатости для выбранных четырех участков были равны $n_1 = 0,0155, n_2 = 0,0228, n_3 = 0,0197, n_4 = 0,0166$, что несколько занижено по сравнению со значением, приведенным в предшествующих работах [2]. Согласно подходам, изложенным в литературе [2] для расчета силы трения было принято значение коэффициента $n = 0,023$.

Расчет по предлагаемой нами методике дает более высокую точность по сравнению с предложенным ранее подходами [3]. При средних расходах воды погрешность не превышает 5%; при маловодности расчетные значения, в основном, занижены, и погрешность не превышает 10%; при многоводности расчетные значения завышены, и погрешность не превышает 12%. Такую неоднородность погрешности можно объяснить тем, что модель настраивалась по среднестатистическим наблюдаемым значениям.

Было проведено численное исследование влияния Багаевского гидроузла на морфометрические характеристики русла устьевой области Дона. Расчеты показали, что сооружение плотины существенно повысило уровень воды до Раздорской, причем сгон не оказывает влияние на величину верхнего бьефа. Наличие гидроузла сделало участок реки выше 3090 км судоходным для любых гидрологических условий, однако ниже по течению остались проблемные участки. Это еще раз подтверждает необходимость всестороннего и взвешенного подхода к оценке необходимости строительства Багаевского гидроузла и анализу прогнозируемых положительных и отрицательных эффектов от реализации этого проекта.

Литература

1. *Корень В. И.* Математические модели в прогнозах речного стока. Ленинград Гидрометеиздат 1991. 200 с.
2. *Мишин Д.В., Полонский В.Ф.* Исследование нестационарных водных потоков в непреливном устье реки Дон. Труды государственного океанографического института, 2013. № 214. С.166-179.
3. *Михайлов В.Н., Рогов М.М., Чистяков А.А.* Речные дельты. Гидролого-морфологические процессы. Л.: Гидрометеиздат, 1986. 280 с.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ИЗМЕНЕНИЯ СОЛЕННОСТИ В ТАГАНРОГСКОМ ЗАЛИВЕ ПРИ СГОННО-НАГОННЫХ ЯВЛЕНИЯХ

Чикин А.Л. *, Клещенков А.В. *, Чикина Л.Г.**

* *Институт аридных зон Южного научного центра РАН, Ростов-на-Дону, chikin@sfedu.ru, geo@ssc-ras.ru*

** *Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, lchikina@sfedu.ru*

Южный научный центр РАН и Институт аридных зон ЮНЦ РАН ведут систематические наблюдения за термохалинной структурой вод устьевого взморья Дона и дельты р.Дон. Для исследования пространственного распределения температуры и солености морской воды ходе рейсов НИС "Де-неб" в Азовское море и Таганрогский залив проводилась непрерывная запись данных о состоянии среды термосолонографом SBE 21 SEACAT.

Данные, получаемые с помощью указанных измерительных приборов, дают значения лишь в одной точке, где эти приборы установлены, а в случае использования термосолонографа только вдоль линии его следования. Целью данной работы было исследование пространственного распределения соленых вод в Таганрогском заливе и расчет динамики изменения концентрации соли в районе дельты Дона.

Для получения более полной картины распределения солености в Таганрогском заливе были проведены расчеты с помощью математической модели. Гидродинамическая составляющая модели описывается уравнениями мелкой воды. Модель распределения концентрации S соли при условии отсутствия источников внутри области расчета описывается уравнением конвекции-диффузии. Принимается, что нет потока через свободную поверхность и твердую границу.

Чтобы не ставить граничные условия на открытой границе Таганрогского залива в районе Должанской косы, расчет проводился по всему Азовскому морю, где граничные условия ставятся достаточно легко. В качестве начального распределения концентрации использовалось поле солености, полученное с помощью термосолонографа SBE 21 SEACAT, а в случае отсутствия таких данных - соответствующее картам солености на данное время года. Калибровка модели проводилась по наблюдаемым данным нескольких нагонов в различные времена года, при этом корректировка гидродинамической составляющей была возможна только по значениям уровня воды.

Проведенные расчеты показали, что данная модель позволяет достаточно адекватно описывать процесс перемещения соленых масс воды под действием ветра в Таганрогском заливе, что дает возможность "доопределять" значения солености в интересующих нас точках, где датчики учета солености не были установлены. Кроме того, данный подход позволяет

прогнозировать картину возможного распределения концентрации соли при определенных ветровых ситуациях. Однако, в устьях рукавов Дона, где также наблюдалось увеличение концентрации соли, удовлетворительные расчетные результаты получить не удалось, так как модель пока не учитывает процесс затопления дельты Дона.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В АЗОВСКОМ МОРЕ¹

Шабас И.Н., Селютин В.В., Чикина Л.Г., Чикин А.Л.

ИММиКМ им.И.И. Ворovichа ЮФУ, Ростов-на-Дону

В работе представлены результаты моделирования поведения ранообразных примесей вод в акватории Азовского моря, Таганрогского залива и Керченского пролива.

Исследования проводятся в рамках развития созданных коллективом авторов [1] трехмерных математических моделей, описывающих поведение различных веществ в водах Азовского моря. На основе этих моделей разработан программный комплекс прогнозирования экологических проблем в акватории Азовского моря на высокопроизводительных вычислительных системах (ВВС) с использованием существующих пакетов распараллеленных итерационных методов.

Вычислительные эксперименты проводились с изменением количества, координат и мощности модельных разливов различных веществ, силы и направления ветра над морем.

Литература

1. *И.Н. Шабас, А.Л. Чикин, Л.Г. Чикина* Математическое моделирование задач переноса многокомпонентных примесей в Азовском море на многопроцессорных вычислительных системах // Известия ЮФУ, Техн.науки. 2014. №12, сс 200-210

¹Работа выполнена при финансовой поддержке Мин-ва обр. и науки РФ, Базовая часть гос. задания, тема: Фундаментальные и прикл. задачи мат. моделирования №1.5169.2017/8.9

ОПЫТ ПОСТРОЕНИЯ И ПРИМЕНЕНИЯ ПЛАНШЕТА <ДОРОЖНЫХ КАРТ> ДЛЯ ПРОГНОЗА ЭКСПЕРТАМИ ЭВОЛЮЦИИ СОЦИУМА РОССИИ

Шведовский В.А.

ВМК МГУ, Москва

Среди методов экспертного прогнозирования, особенно при выходе на многовариантные прогнозы на базе значительных массивов разнокачественной информации наиболее актуальными становятся морфологический метод и метод построения прогнозных сценариев, требующих активного использования математических методов и современных информационных технологий, - естественным их синтезом становится экспертный прогноз с использованием математического моделирования.

Необходимость во множестве сценариев прогноза в силу различной социальной оптики у экспертов детерминирует ряд экранов-<планшетов> как в ЦУПе, либо для профильных специалистов (финансист, социолог, культуролог и т.д.), либо для разных концептуалистов проектов развития России (Кудрин, Глазьев, Титов -Миркин и др.).

Наличие быстро меняющегося социального фона (динамика цен на энергоносители, импульсы внешней и внутренней социально- политической турбулентности, например, миграционные волны, протестные движения и т.п., требует применения моделирования. Ранее была показана принципиальная возможность удерживать ситуацию развития России без сползания к социальному взрыву. Накопленный совокупный потенциал эволюционного развития страны, позволяет формулировать динамический критерий <как ставить и искать конструктивное решение проблемы последовательного смещения упомянутого баланса от менее справедливого, но <терпимого>, к более справедливому>, отвечающему большему объёму произведённых ресурсов и более точному их приложению в рамках названного критерия.

- Использование математической модели для генерирования изменяющегося социально-экономического и социально-психологического фона экспертного прогноза существенно повышает степень его многовариантности для выбора ЛПР спектра эволюционных траекторий. Разработана система принципов модельного построения данного фона.

- Реализован пилотный проект макета <признакового пространства>, т.е. планшета, этого фона, позволяющий экспертам выстраивать <дорожную карту> для отработки маршрутов макроуправления эволюцией без сползания в ловушки <социального взрыва>.

Планшет полезен для запоминания и последующего синтеза и отбора лучших экспертных решений (синхронных и диахронных). - Планшет маршрутизации на <дорожной карте> эффективен с точностью до построения функции Лагранжа - L , т.е. выбора функций: F - производственной, Z -

благополучия (баланса экономической эффективности и социальной справедливости) и уравнений (неравенств) ограничений.

Литература

1. Рабочая книга по прогнозированию/ Редкол.: И.В.Бестужев-Лада (отв. ред.). - М.: Мысль, 1982. - 430 с.
2. *Шведовский В.А.* Условия баланса социальной справедливости и эффективной экономики в общественном воспроизводстве современной России // Сб. Тезисы докладов на VI Международной группинской конференции, ВЦИОМ, Москва, 2016, с.215-222.

ВАРИАЦИОННАЯ АССИМИЛЯЦИЯ ДАННЫХ О ТЕМПЕРАТУРЕ ДЛЯ МОДЕЛИ ГИДРОТЕРМОДИНАМИКИ БАЛТИЙСКОГО МОРЯ: РЕШЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ ОТКРЫТЫХ ГРАНИЦ¹

Шелопут Т.О.

*Институт вычислительной математики РАН, Москва,
tania_chel@list.ru*

В задачах геофизической гидродинамики часто возникает проблема постановки граничных условий на открытых границах. Существуют различные методы, которые позволяют решать задачи моделирования акваторий с открытыми границами, и одним из наиболее эффективных является ассимиляция данных наблюдений.

В качестве математической модели гидротермодинамики акватории используется модель, разработанная в ИВМ РАН и основанная на методе расщепления. Данный метод, используемый в качестве метода аппроксимации по времени, позволяет рассматривать полную задачу ассимиляции как последовательность линейных подзадач [1]. В данной работе рассматривается одна из таких подзадач – задача ассимиляции данных о температуре. Блок ассимиляции данных был включен в соответствующий модуль численной модели, что привело к лучшему соответствию вычисляемых профилей температуры по глубине и наблюдаемых профилей вблизи открытых границ акватории Балтийского моря. Для ускорения вычислений был использован метод разделения областей. Вносимые при этом вычислительные ошибки оказались незначительными и не повлияли на качество полученных результатов.

Литература

1. *Agoshkov V.I., Sheloput T.O.* The study and numerical solution of some inverse problems in simulation of hydrophysical fields in water areas with 'liquid' boundaries // RJNAMM. V.32, No. 3, 2017, pp. 147-164.

¹Работа выполнена при частичной поддержке РФФ (грант 14-11-00609, в рамках которого были проведены численные эксперименты) и РФФИ (грант 16-01-00548, в рамках которого проведено исследование сформулированных задач)

СЕГМЕНТАЦИЯ ОРГАНОВ БРЮШНОЙ ПОЛОСТИ МЕТОДОМ ТЕКСТУРНОГО АНАЛИЗА

Юрова А.С.

ИВМ РАН, Москва, alexandra.yurova@gmail.com

Настоящая работа посвящена разработке подхода к сегментации изображений брюшной полости по данным компьютерной томографии с контрастным усилением. Среди всех органов брюшной полости выделяется особый класс – органы с равномерной текстурой. Предложенный метод предназначен для их сегментации.

Метод состоит из двух этапов. На первом этапе производится расчет текстурных признаков изображения по методам, описанным в [1]. Среди всех текстурных признаков выбраны наиболее подходящие для задачи обработки медицинских данных, разработан подход к анализу их значений. Реализована параллельная версия расчета текстурных признаков на видеокarte. На втором шаге работы метода извлекается трехмерная модель органа. Для этой операции используется метод активных контуров [2]. Подобраны параметры метода, необходимые для построения корректной анатомической модели. Произведена валидация метода на КТ-данных пациентов, а также на ряде референтных моделей.

Литература

1. *Robert M. Haralick, K.Shanmugam and Its'hak Dinstein* Textural features for image classification. Transactions on systems, man, and cybernetics, Vol. SMC-3, No. 6, November 1973
2. *Sethian, J.A.* Level Set Methods. Cambridge University Press. 1996.

ХАОТИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ БАЛОЧНО-ПЛАСТИНЧАТЫХ СТРУКТУР В ТЕМПЕРАТУРНОМ ПОЛЕ¹

**Яковлева Т.В., Крысько В.А.-мл., Добриян В.В.,
Кружилин В.С., Крысько В.А.**

*Саратовский государственный технический университет им.
Гагарина Ю.А., Саратов, yan-tan1987@mail.ru,
vadimakrysko@gmail.com, dobriy88@yandex.ru,
kruzhilin93@mail.ru, tak@san.ru*

Микро – и нано-размерные балки и пластинки широко используются в микро - и нано электромеханических системах, таких как датчики колебаний, микро-приводы, микропереключатели. Чрезвычайно важно изучение влияния размеров балочно-пластинчатых структур, их контактное взаимодействие и учет температурного поля.

Построена математическая модель двухслойной наносистемы, которая состоит из нанопластины и нанобалки, находящейся под действием поперечной нагрузки, с учетом температурного поля. Применяя соответствующие гипотезы моментной теории упругости, теории пластин Кирхгофа и балок Эйлера-Бернулли с учетом их контактного взаимодействия и используя вариационный принцип Био, получим уравнения связанной задачи термомеханики, граничные и начальные условия размерно-зависимых пластинчато-балочных систем, начальные и краевые условия 1-3 рода для уравнения теплопроводности. Температурное поле для пластины является трехмерным, а для балки двумерным. Никаких ограничений на распределение температуры по толщине пластинок и высоте балки не делается. Для достоверности результатов решение было проведено методом конечных разностей с аппроксимацией $O(h^2)$, $O(h^4)$ и методом Бубнова-Галеркина в высших приближениях по пространственным переменным. Далее системы ОДУ решались методами типа Рунге-Кутты по времени. Исследование результатов проводилось качественным методом теории дифференциальных уравнений. Создан метод изучения фазовой хаотической синхронизации. Для определения характера колебаний и выявления истинности хаоса применяются несколько методов анализа знака старшего показателя Ляпунова.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ № МК-5609.2016.8.

Научное издание

СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Тезисы

XVII Всероссийской конференции-школы
молодых исследователей

(пос. Абрау-Дюрсо, 11–16 сентября 2017 г.)

Подписано в печать 02.11.2017.

Формат 60×84 ¹/₁₆. Усл. печ. л. 4,53. Уч.-изд. л. 3,4.

Бумага офсетная. Тираж 100 экз. Заказ № 6013.

Отпечатано в отделе полиграфической, корпоративной и сувенирной продукции
Издательско-полиграфического комплекса КИБИ МЕДИА ЦЕНТРА ЮФУ
344090, г. Ростов-на-Дону, пр. Стачки, 200/1. Тел. (863) 247-80-51.