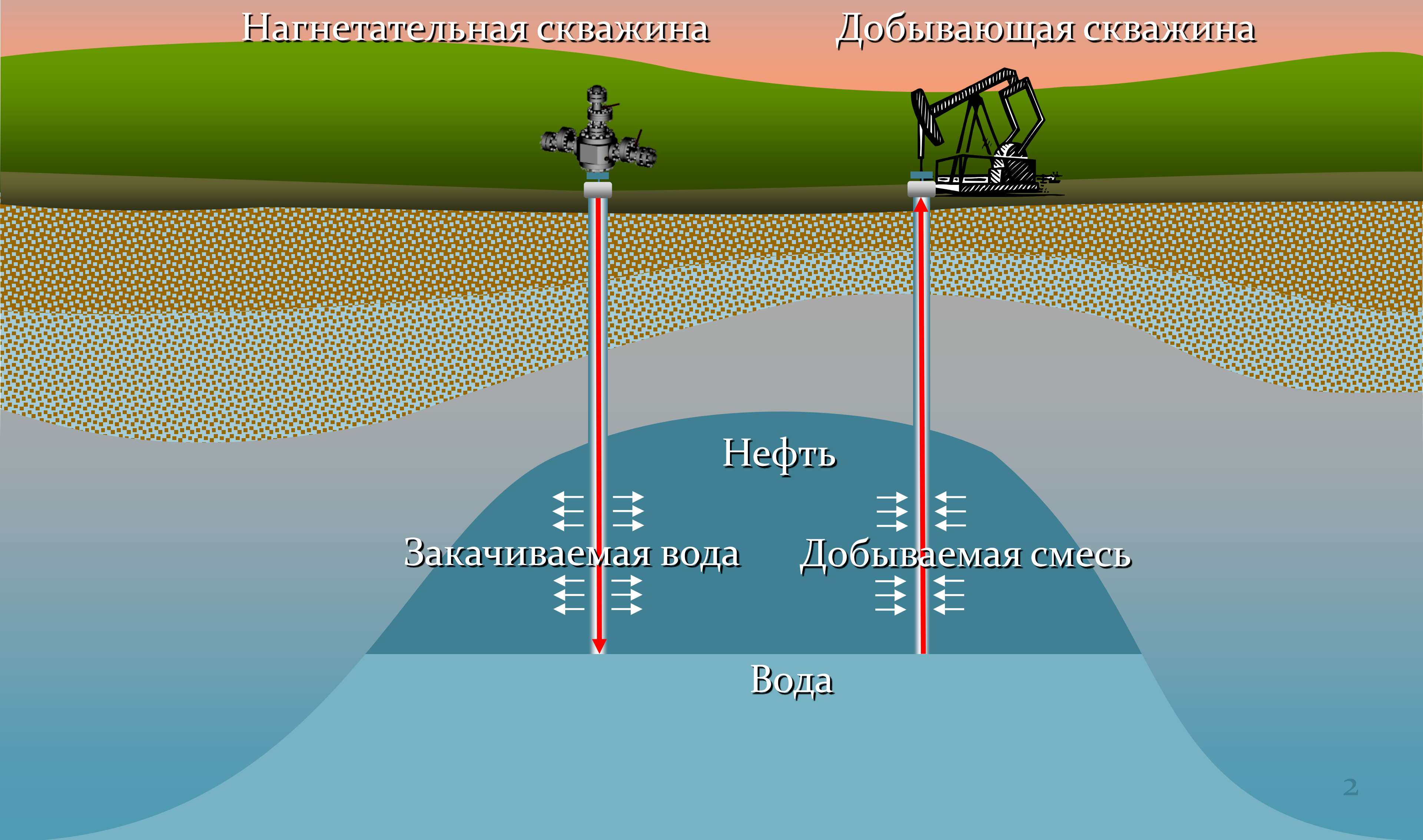
МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЛЬТРАЦИИ ДВУХФАЗНОЙ ЖИДКОСТИ В ТРЕЩИНОВАТО-ПОРИСТЫХ ПЛАСТАХ

Бервено Екатерина

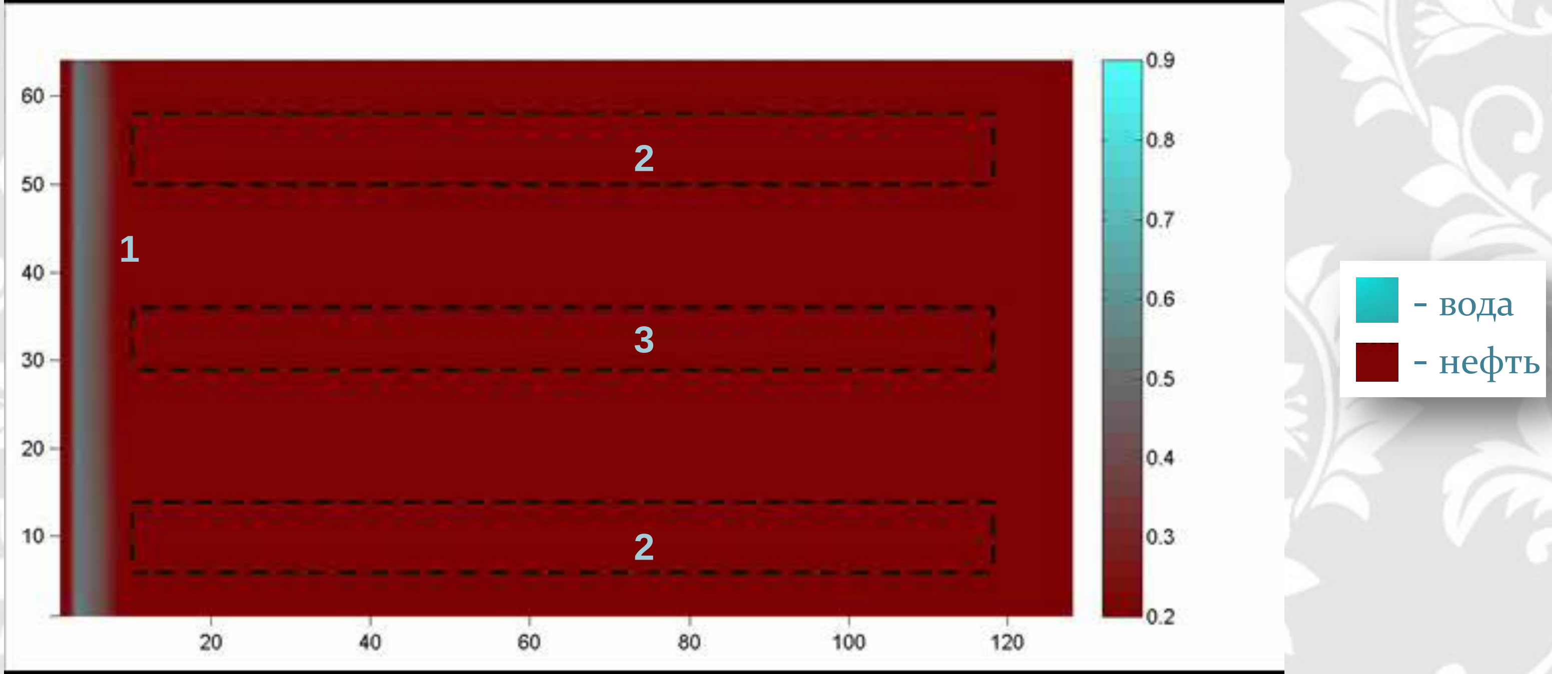
Аспирант ИВМиМГ СО РАН

Процесс нефтедобычи



Фильтрация с неоднородной проницаемостью

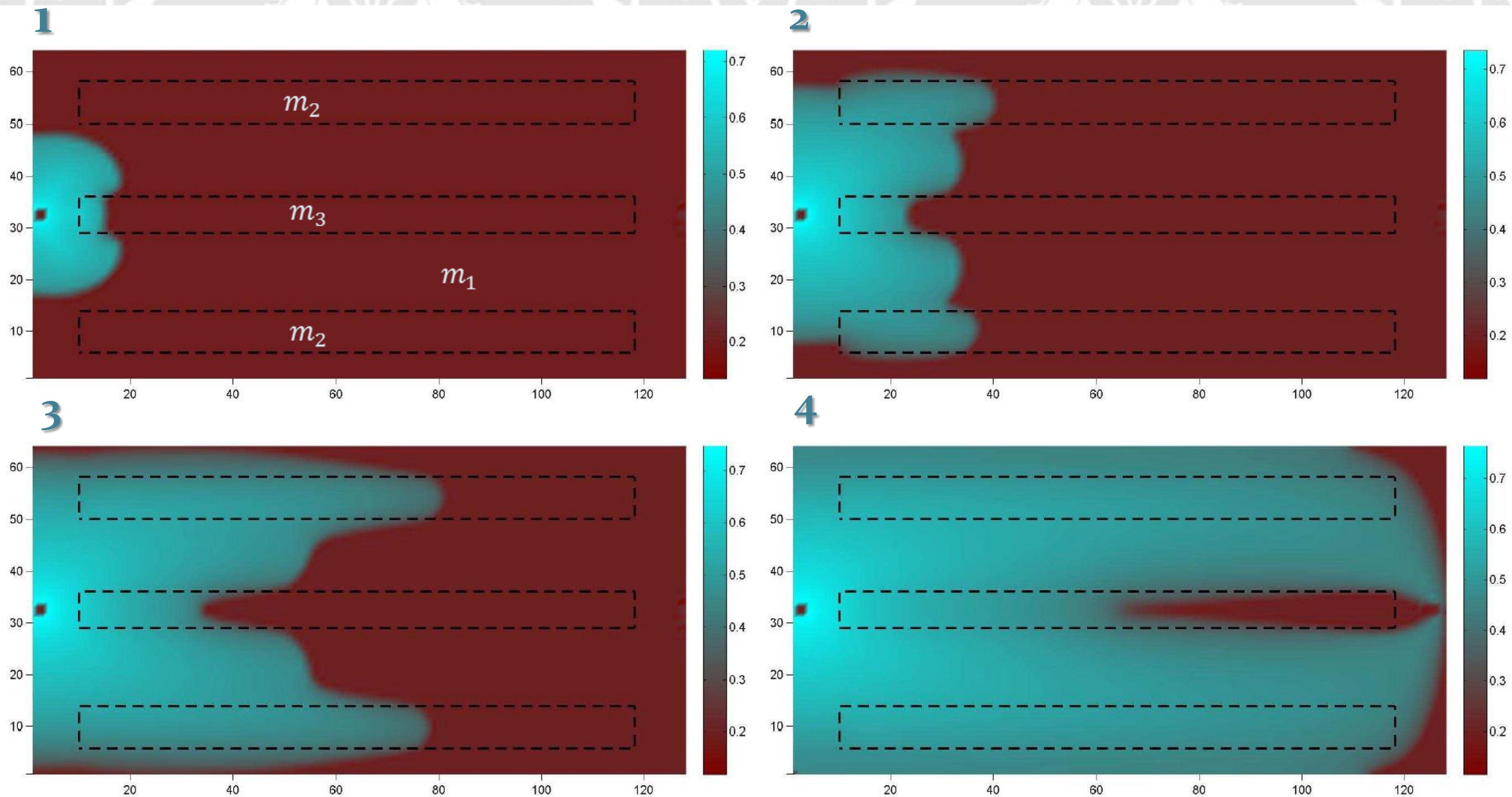
$(k_3 < k_1 < k_2)$



Проницаемость в блоках: $k_2 = 3{,}06 \times 10^{-11}$, $k_3 = 3{,}06 \times 10^{-13}$,
в остальном объеме: $k_1 = 3{,}06 \times 10^{-12}$

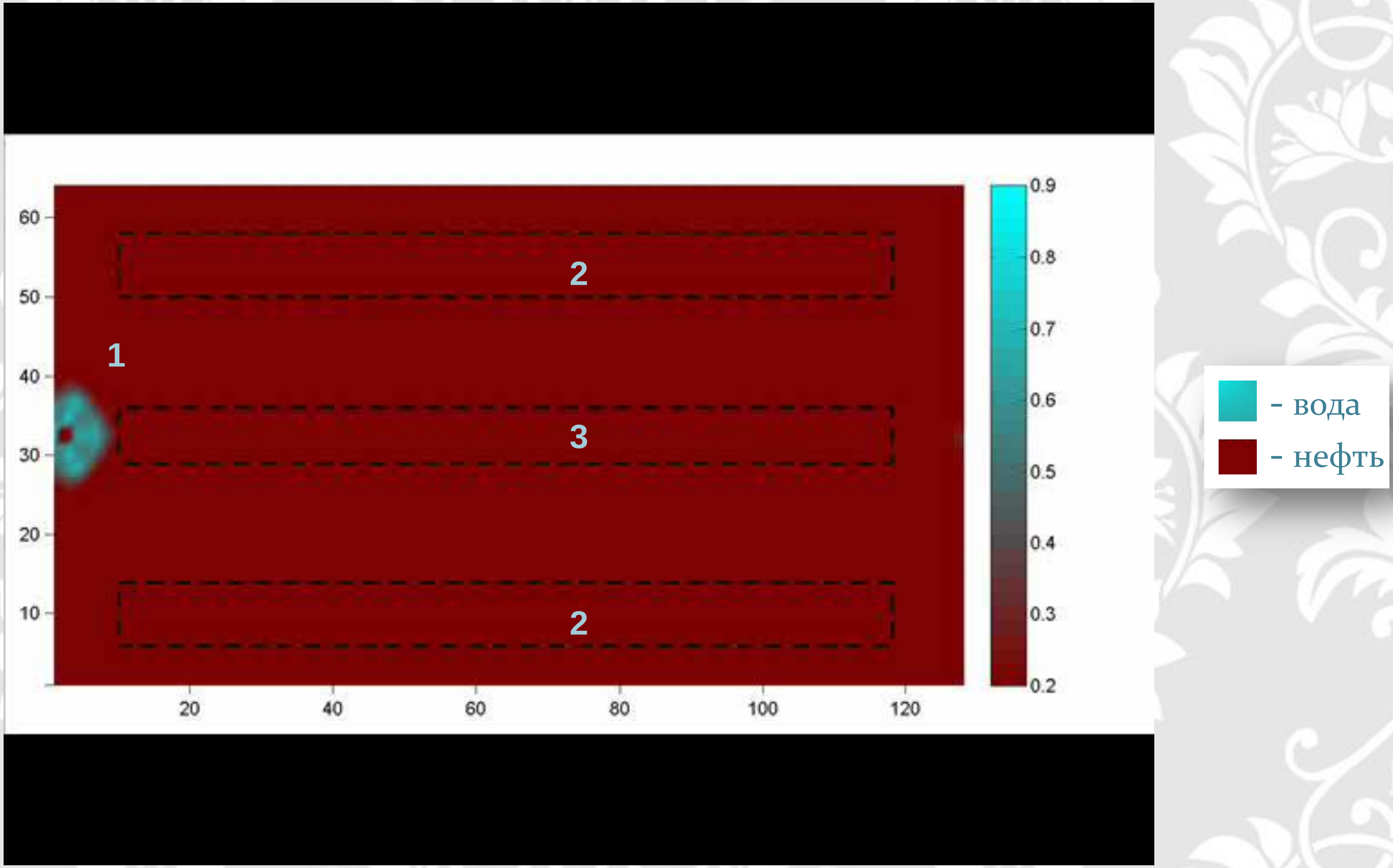
Фильтрация с неоднородной пористостью

$(m_3 < m_1 < m_2)$



Пористость в блоках: $m_2 = 0{,}1$, $m_3 = 0{,}9$,
в остальном объеме: $m_1 = 0{,}375$

Фильтрация с неоднородной пористостью
$(m_3 < m_1 < m_2)$



Пористость в блоках: $m_2 = 0{,}1$, $m_3 = 0{,}9$,
в остальном объеме: $m_1 = 0{,}375$

ИНТЕГРАЛЬНАЯ ПОСТАНОВКА
(ДЛЯ ОДНОРОДНОЙ СРЕДЫ)

Смешанная постановка:

$$\int_\Omega \frac{1}{k(s)} v\cdot\mathbf{u}\,\mathrm{dx} - \int_\Omega \psi\,\nabla\cdot\mathbf{u}\,\mathrm{dx} = \int_\Omega G(s)\cdot\mathbf{u}\,\mathrm{dx}$$

$$\int_\Omega \boldsymbol{\xi}\,\nabla\cdot v\;\;\mathrm{dx} = 0$$

$$\int_\Omega \frac{1}{k(s)} w\cdot\mathbf{u}\,\mathrm{dx} = -\int_\Omega \sigma(s)\nabla\cdot\mathbf{u}\,\mathrm{dx}$$

$$\int_\Omega v_2\cdot\mathbf{u}\,\mathrm{dx} - \int_\Omega \frac{k_2(s)}{k(s)}(v-w)\cdot\mathbf{u}\,\mathrm{dx} = -\int_\Omega k_2(s)G(s)\cdot\mathbf{u}\,\mathrm{dx}$$

$$\int_\Omega m\frac{\partial s}{\partial t}\boldsymbol{\zeta}\,\mathrm{dx} + \int_\Omega \boldsymbol{\zeta}\,\nabla\cdot v_2\;\;\mathrm{dx} = 0$$

Обозначения:

$$\mathbf{L}_2(\Omega) = (L_2(\Omega))^d,\; d = 2,3$$

$$\mathbf{H}_{\mathbf{div}}(\Omega) = \{u\in\mathbf{L}_2(\Omega) \mid \nabla\cdot u \in L_2(\Omega)\}$$

$$\psi = \phi - \sigma(s)$$

$$G(s) = k_1(1-s)/k(s)(\rho_2-\rho_1)\vec{g}$$

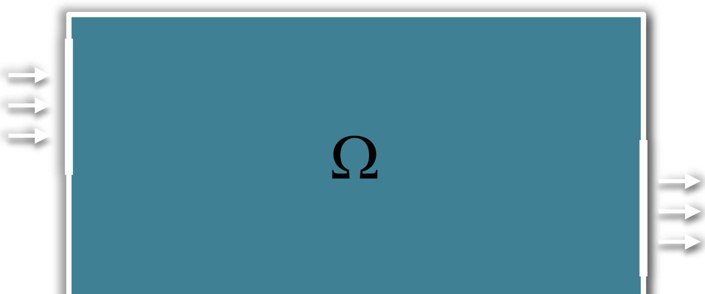
$$\sigma(s) = \int_{\underline{s}}^{s} k_1(1-\tau)/k(\tau)\left|P_k'(\tau)\right| d\tau,\;\; \underline{s}\le s\le \overline{s}$$

$$P_k(s) = p_1 - p_2 = \alpha\, J(s)\sqrt{m/k}\cos\theta$$

Граничные условия Неймана:

$$v\cdot n = -Q/l^{ent}$$

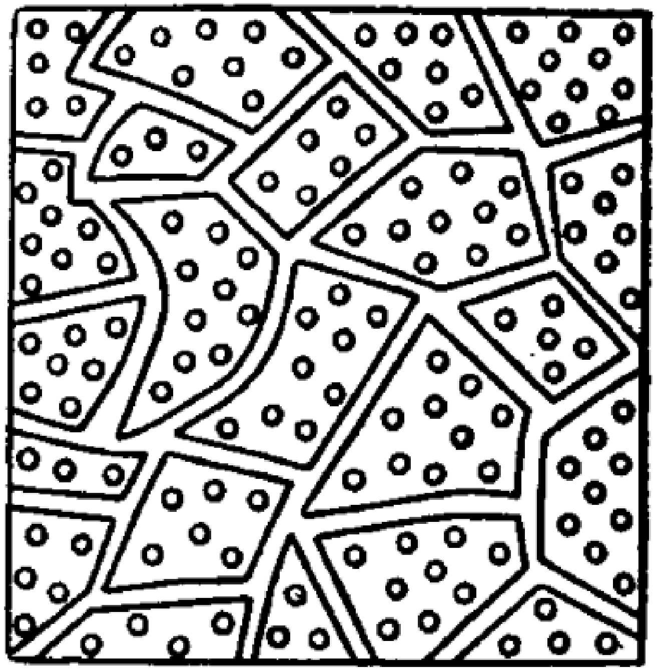
$$v_2\cdot n = -Q/l^{ent}$$

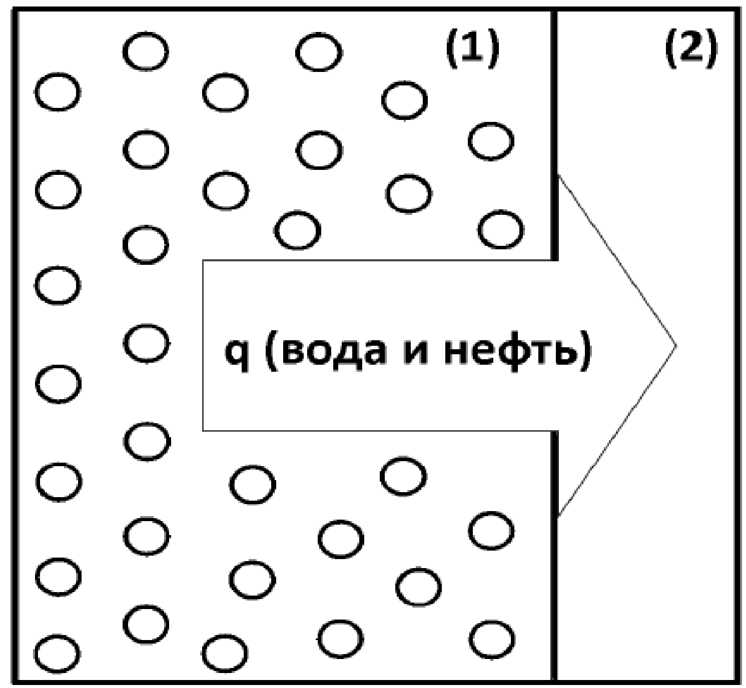


$$v\cdot n = Q/l^{ex}$$

$$v_2\cdot n = k_2(s)/k(s)Q/l^{ex} - k_2(s)G(s)\cdot n$$

ТРЕЩИНОВАТО-ПОРИСТАЯ СРЕДА

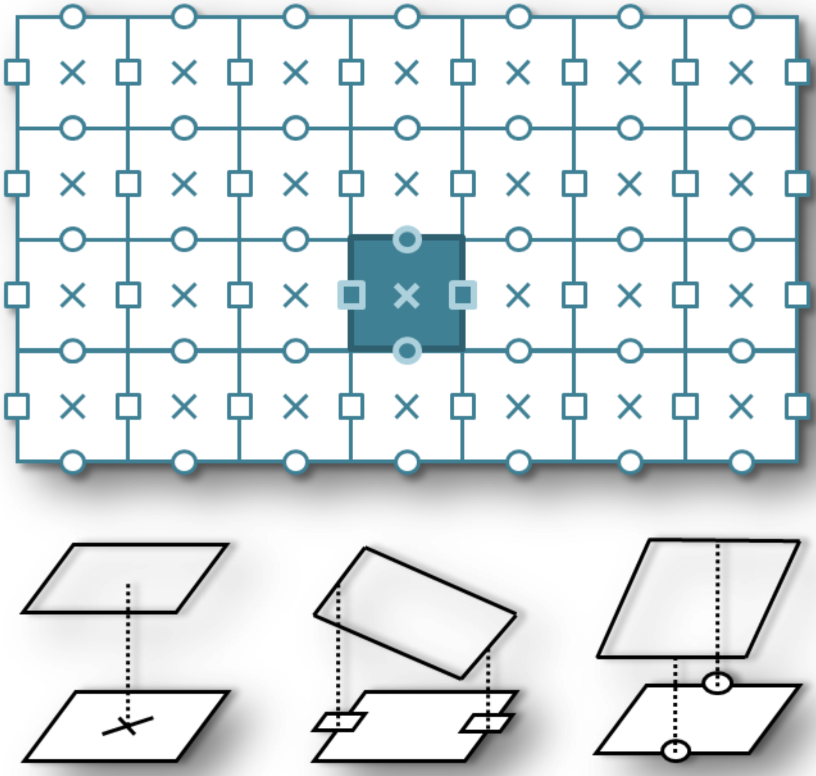




$$q_0 = \alpha\left(P^{(1)} - P^{(2)}\right)$$

$$P^{(j)} = s_1^{(j)} p_1^{(j)} + s_2^{(j)} p_2^{(j)}$$

АППРОКСИМАЦИОННАЯ ПОСТАНОВКА



$$
\begin{aligned}
&D(s^n)\mathbf{v}^{(j)} + \mathcal{B}\psi^{(j)} = \mathbf{G}_1(s^n),\\
&B^T\mathbf{v}^{(j)} + (-1)^j 2\mathbf{q}_0 = F_1,\\
&D(s^n)\mathbf{w}^{(j)} = \mathcal{B}\sigma(s^n),\\
&D_0\mathbf{v}_2^{(j)} - \mathcal{D}_1(s^n)(\mathbf{v}^{(j)} - \mathbf{w}^{(j)}) = \mathbf{R}(s^n),\\
&\mathcal{M}\frac{s^{n+1} - s^n}{\tau} - \mathcal{B}^T\mathbf{v}_2^{(j)} + (-1)^j q_0 = G_2(s^n)
\end{aligned}
$$

$\mathbf{L}_2(\Omega)$: кусочно-постоянные функции ($\times$)

$\mathbf{H}_{\mathbf{div}}(\Omega)$: элементы Равьяра-Тома наименьшей степени ($\square$, $\circ$)

ЧИСЛЕННЫЙ АЛГОРИТМ

$$\begin{pmatrix} D^{(1)}(s) & 0 & B^{(1)} & 0 \\ 0 & D^{(2)}(s) & 0 & B^{(2)} \\ {B^{(1)}}^T & 0 & -2\alpha I & 2\alpha I \\ 0 & {B^{(2)}}^T & 2\alpha I & -2\alpha I \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{v}^{(1)} \\ \mathbf{v}^{(2)} \\ \psi^{(1)} \\ \psi^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{G}^{(1)}(s) \\ \mathbf{G}^{(2)}(s) \\ \mathbf{F}^{(1)} - 2F_0 \\ \mathbf{F}^{(2)} + 2F_0 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{pmatrix} {B^{(1)}}^T {D^{(1)}(s)}^{-1} B^{(1)} + 2\alpha I & -2\alpha I \\ -2\alpha I & {B^{(2)}}^T {D^{(2)}(s)}^{-1} B^{(2)} + 2\alpha I \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \psi^{(1)} \\ \psi^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -f_1 \\ -f_2 \end{pmatrix}$$

Метод сопряженных градиентов и дополнение Шура

$$\begin{pmatrix} Sh(s^{(1)}) + 2\alpha I & -2\alpha I \\ -2\alpha I & Sh(s^{(2)}) + 2\alpha I \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \psi^{(1)} \\ \psi^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -f_1 \\ -f_2 \end{pmatrix}$$

$$f_1 = \mathbf{F}^{(1)} - 2F_0 - {B^{(1)}}^T {D^{(1)}(s)}^{-1} \mathbf{G}^{(1)}$$
$$f_2 = \mathbf{F}^{(2)} + 2F_0 - {B^{(2)}}^T {D^{(2)}(s)}^{-1} \mathbf{G}^{(2)}$$

ЧИСЛЕННЫЙ АЛГОРИТМ

$$v^{(j)} = D^{-1}(s^n)[G_1(s^n) + (-1)^{j+1} 2q_0 - B\psi^{(j)}]$$

$$w^{(j)} = D^{-1}(s^n) B\sigma(s^n)$$

умножение на блочно-двухдиагональные и блочно-трехдиагональные матрицы

обращение прогонкой блочно-трехдиагональных матриц

$$v_2^{(j)} = D_0^{-1}[D_1(s^n)(v^{(j)} - w^{(j)}) + R(s^n)]$$

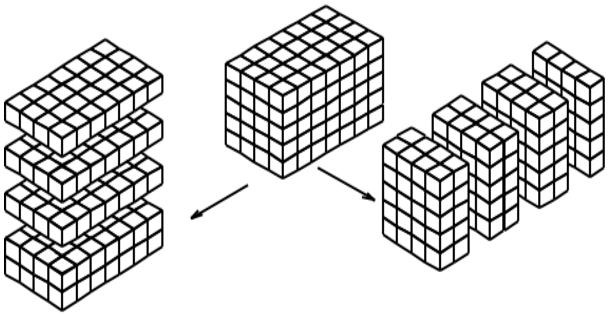
$$\frac{s^{n+1} - s^n}{\tau} = M^{-1}[B^T v_2^{(j)} + (-1)^{j+1} q_0 + G_2(s^n)]$$

явная схема по времени

РЕЗУЛЬТАТЫ

- Предложена модель фильтрации в трещиновато-пористых пластах
- Составлена дискретная модель
- Написан алгоритм решения полученной системы

Дальнейшие шаги:

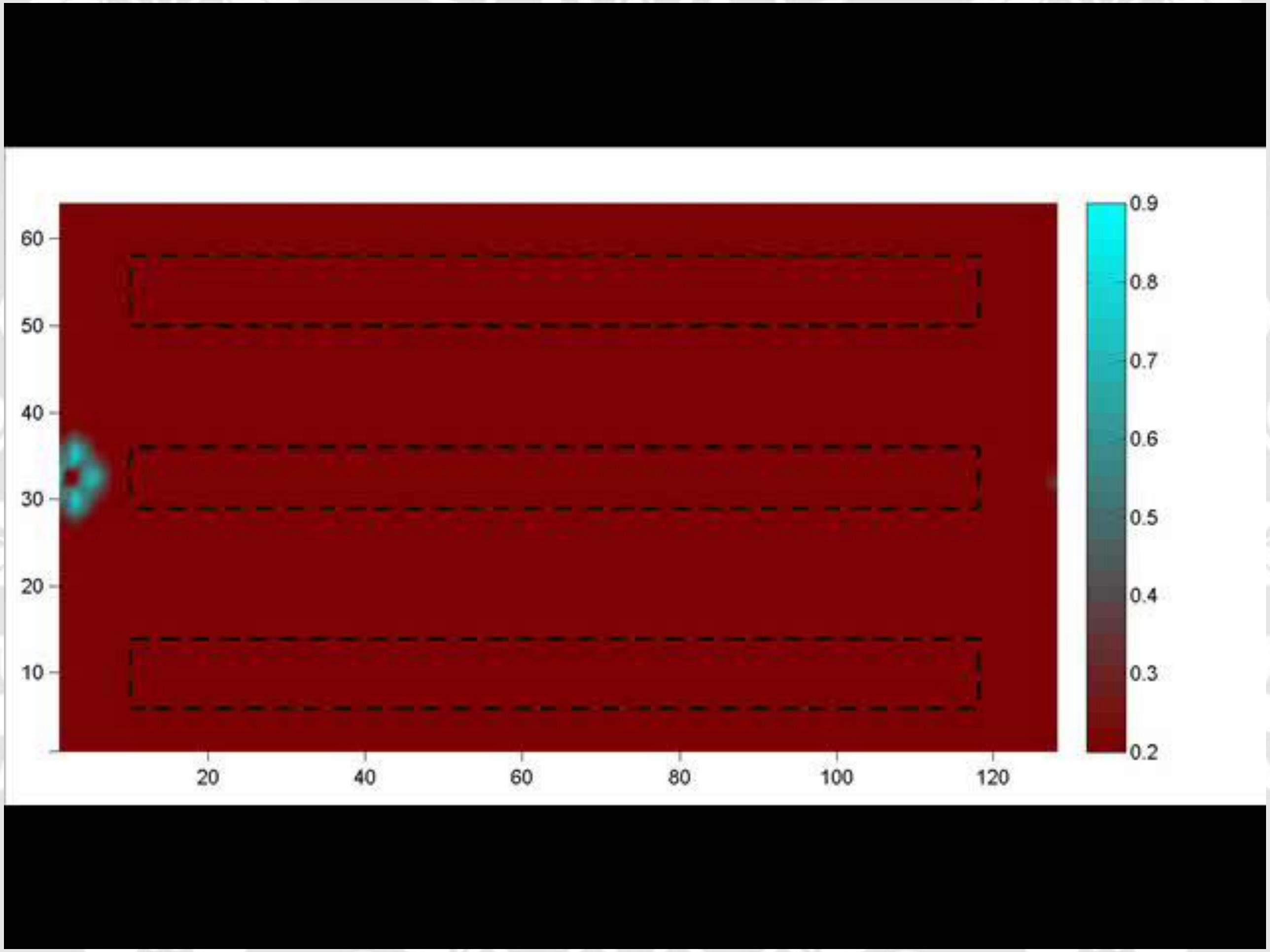


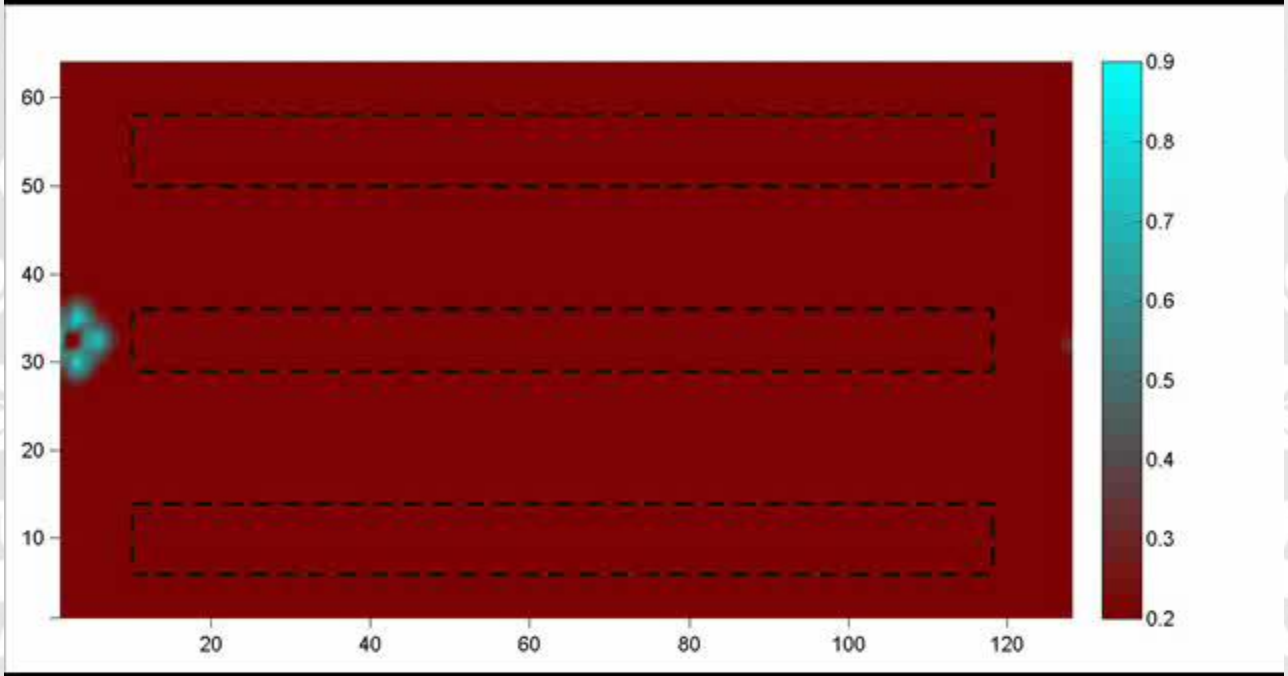
- Построение переобуславливателя
- Программная реализация задачи
- Применение к модели методики распараллеливания

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ !

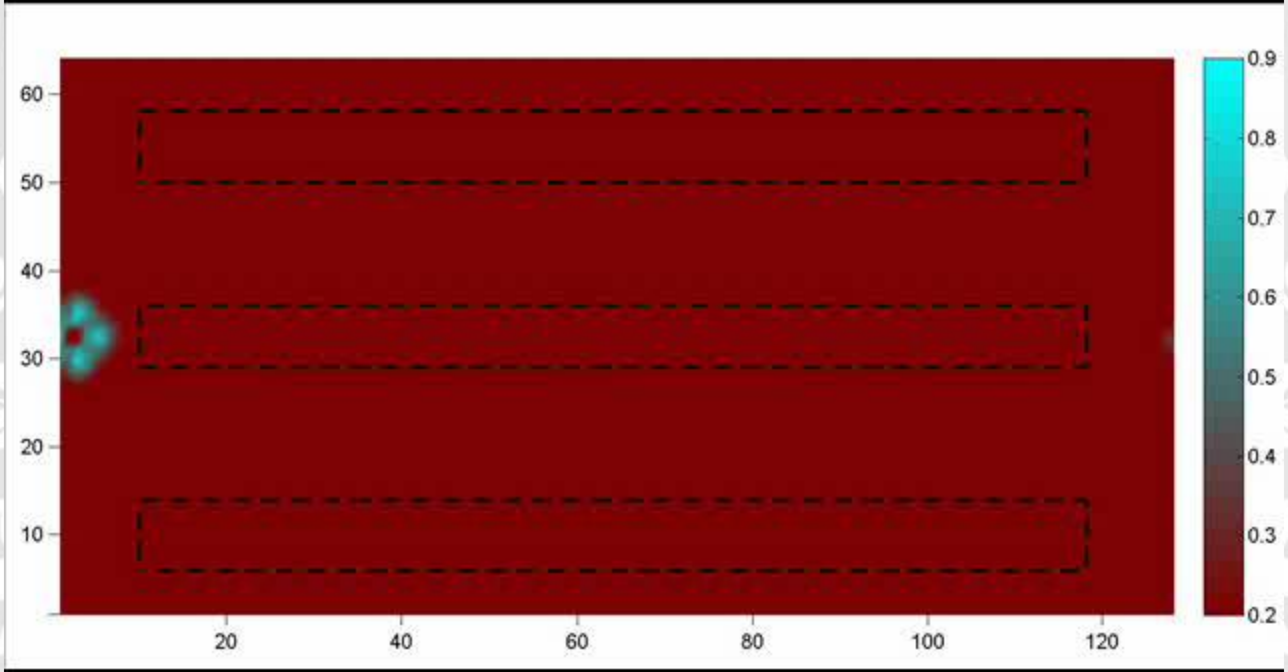
e-mail ekaterina.berveno@gmail.com

Процесс фильтрации с блоками сменной проницаемости (k0_центр < k0_внешняя)



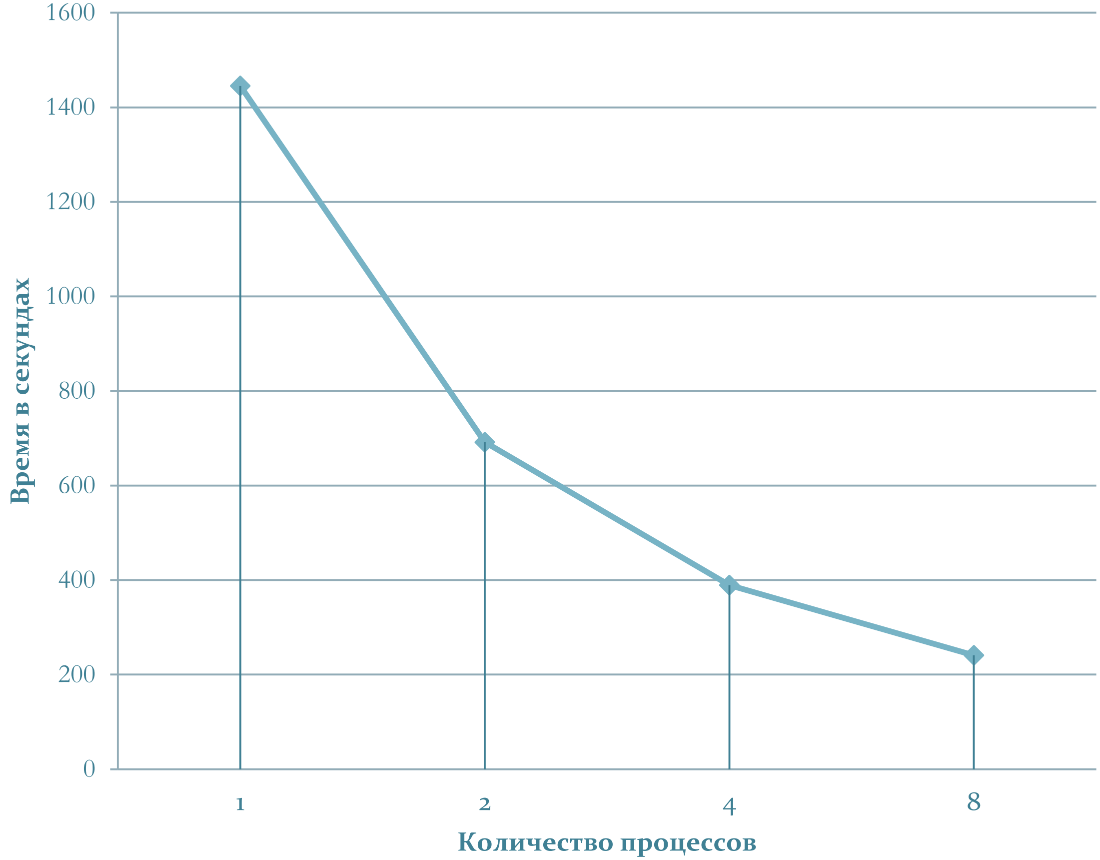


Процесс фильтрации с блоками сменной проницаемости
(k0_центр > k0_внешняя)



Процесс фильтрации с блоками сменной пористости (m_центр > m_внешняя)

РЕЗУЛЬТАТЫ



1600
1400
1200
1000
800
600
400
200
0
Время в секундах
1
2
4
8
Количество процессов