Численное моделирование движение двухфазной среды в односкоростном приближении

Александр Данилин, ИБРАЭ РАН

АБРАУ-ДЮРСО

20 сентября 2013 г.

Актуальность задачи и новизна

Зачем нужно практически?

• Расчет течений в реактивных и двигателях внутреннего сгорания

Чем это интересно?

• Многообразие физических явлений
• Неоднозначность построения модели течения
• Построение *ILES* алгоритма вместо существующих на основе $k - \epsilon$ модели

Уравнения движения

Консервативная форма

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + v\frac{\partial \alpha}{\partial x} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v}{\partial x} = 0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v^2 + P)}{\partial x} = 0 \tag{3}$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial v(\rho E + P)}{\partial x} = 0 \tag{4}$$

где α - объемное содержание жидкости, $\rho = \alpha\rho_l + (1-\alpha)\rho_g$ - средняя плотность среды (ρ_l - плотность жидкости, ρ_g - плотность газа), v - скорость, P - давление, $E = e + \frac{v^2}{2}$ - полная энергия единицы массы.

Система (1-4) должна быть дополнена уравнением состояния среды:

$$e = \frac{P}{\rho - \alpha \rho_l} \left(\beta + \frac{\alpha \delta}{\rho} \right) \qquad (5)$$

где $\beta = \beta_0(1 - \alpha)$, $\beta_0 = \frac{1}{\gamma - 1}$, γ - показатель адиабаты газа, $\delta = \delta_0(1 - \alpha)$, $\delta_0 = \frac{(C_l - C_g)\mu_0 \rho_l}{R}$, C_l - удельная теплоемкость жидкости, C_g - удельная теплоемкость газа, μ_0 - молярная масса газа, R - универсальная газовая постоянная.

Уравнения движения

Характеристическая форма

$$\frac{\partial R}{\partial t} + (v + c)\frac{\partial R}{\partial x} = f_1 \tag{6}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + (v - c)\frac{\partial Q}{\partial x} = f_2 \tag{7}$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + v\frac{\partial S}{\partial x} = f_3 \tag{8}$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + v\frac{\partial \alpha}{\partial x} = f_4 \tag{9}$$

где R, Q - инварианты Римана, S - энтропия, α - объемная концентрация жидкости, u - скорость, c - локальная скорость звука, $f_{1,2,3,4}$ - правые части.

Численный алгоритм на основе схемы КАБАРЕ

1. 2-й порядок аппроксимации по времени и пространству
2. Монотонность
3. Условная устойчивость
4. Высокое качество решения на сильных разрывах

Параметры расчетов

1. Равномерная сетка в $N = 100$ ячеек
2. Шаг сетки $h = 1$
3. Число Куранта $CFL = 0.3$
4. Граничные условия свободного выхода

Результаты расчетов

Калибровка алгоритма

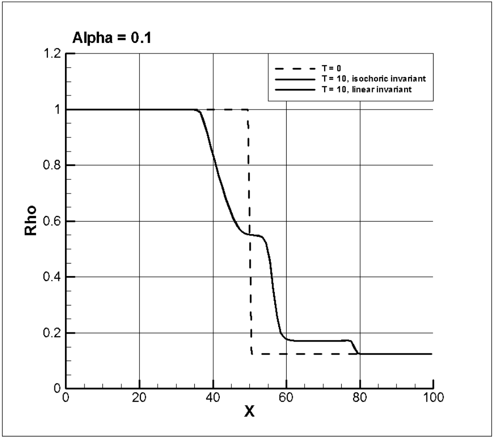

Рис.: Тестирование численного алгоритма на задаче о распаде произвольного разрыва с постоянным объемным содержанием жидкости. $N = 100$, $CFL = 0.3$, $\alpha = 0.1$

Результаты расчетов

Тестовые расчеты

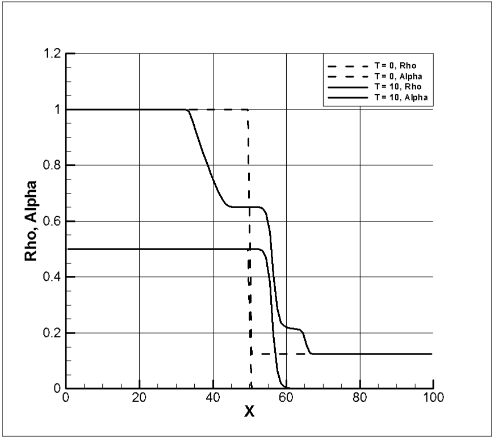

Рис.: Тестирование численного алгоритма на задаче о распаде произвольного разрыва с разрывом объемного содержания жидкости. $N = 100$, $CFL = 0.3$

Выводы

1. Построена односкоростная модель двухфазной среды
2. Предложена и проверена дискретизация уравнений движения на основе алгоритма КАБАРЕ
3. Предложенный численный алгоритм надежно работает на тестовых задачах в широком диапазоне задания начальных данных

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!