

Казанский федеральный университет

Моделирование двухфазной фильтрации в окрестности тектонических разломов и трещин ГРП

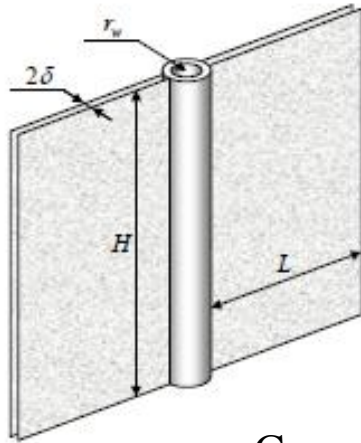
Калинин Е.И.

Мазо А.Б.

Поташев К.А.

Абрау-Дюрсо, 2013

Гидродинамический разрыв пласта (ГРП) – метод интенсификации работы нефтяных скважин с помощью создания высокопроводимой трещины в пласте для обеспечения дополнительного притока жидкости к забою скважины.



H – высота трещины

L – радиус трещины

r_w – радиус скважины

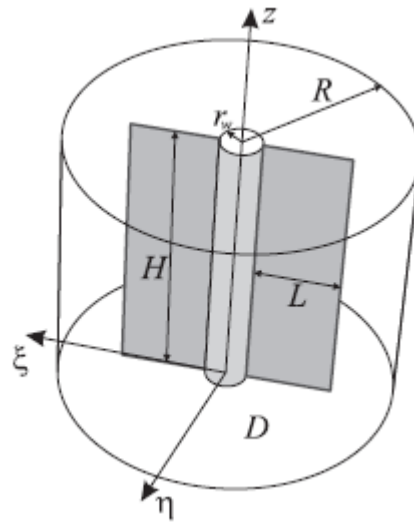
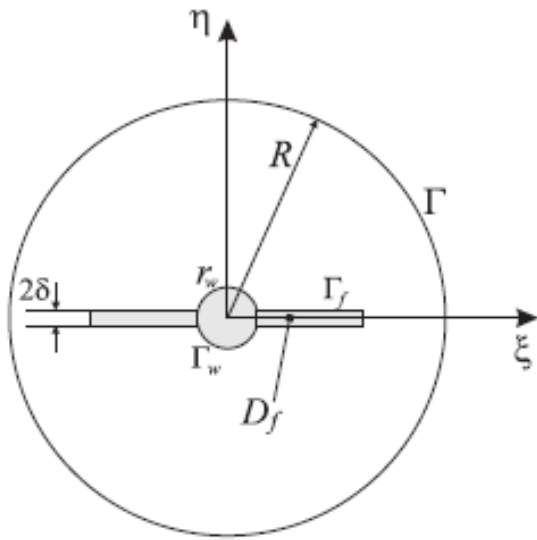
2δ – ширина трещины

Схема трещины ГРП около вертикальной скважины

Трещина представлена вертикальной пластиной конечных размеров, проходящая через ось вертикальной скважины.

Учет наличия ГРП на скважине требует определения

- прироста дебита жидкости (если дебит не задан),
- распределения дебита вдоль ствола скважины



Цилиндрический контейнер, содержащий скважину и трещину ГРП. Внутри имеет неоднородную структуру

Постановка локальной задачи о фильтрации в скважину с ГРП

Задача во внешней области

$$\nabla \cdot \sigma \nabla p = 0, \quad \sigma(s) = \frac{k}{\mu_w} \left[k_w(s) + \frac{\mu_w}{\mu_o} k_o(s) \right],$$

$$\Gamma : p = p_\Gamma; \quad \Gamma_f : p = p_f; \quad \Gamma_w : p = p_w;$$

$$z = 0, H : \sigma \frac{\partial p}{\partial z} = 0.$$

p – давление жидкости

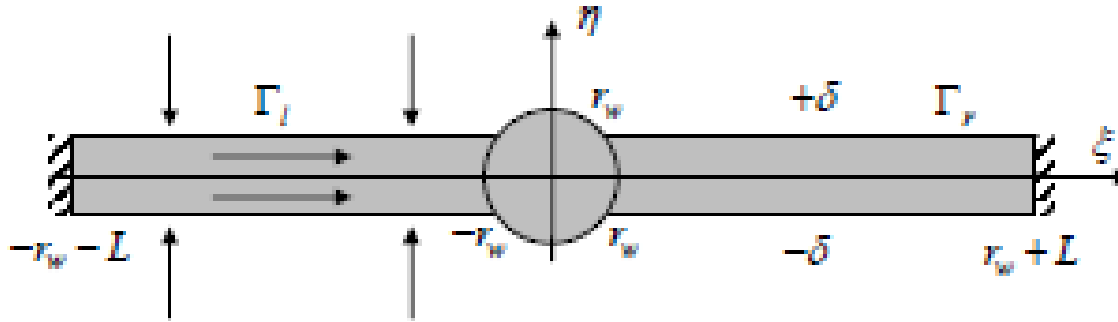
s – водонасыщенность

μ_w, μ_o – вязкость воды и нефти

k_w, k_o – относительная

проницаемость воды и нефти

Задача о фильтрации внутри трещины ГРП



$$\sigma_f \left[\frac{\partial^2 p_f}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 p_f}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 p_f}{\partial z^2} \right] = 0,$$

p_f – давление жидкости в трещине

σ_f – гидропроводность трещины

$$\xi \in [r_w, r_w + L], \eta \in [-\delta, \delta], z \in [0, H]$$

Интегрируя по ширине трещины с учетом непрерывности давлений, получим

$$2\delta\sigma_f \left[\frac{\partial^2 \langle p \rangle}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \langle p \rangle}{\partial z^2} \right] + \sigma \frac{\partial p}{\partial \eta} \Big|_{\eta=-\delta}^{\eta=\delta} = 0, \quad \langle p \rangle = \frac{1}{2\delta} \int_{-\delta}^{\delta} p_f d\eta,$$

$$\xi = r_w : \langle p \rangle = p_w; \quad \xi = \pm r_w \pm L : \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial \xi} = 0;$$

$$z = 0, H : \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial z} = 0; \quad \langle p \rangle = p(-\delta) = p(\delta).$$

Безразмерные переменные

$$\bar{r}, \bar{r}_w, \bar{\delta}, \bar{\xi}, \bar{R}, \bar{z}, \bar{H}, \bar{L} = \frac{r_w, \delta, \xi, R, z, H, L}{\ell}, \quad \sigma_f, \sigma = \frac{\bar{\sigma}_f, \bar{\sigma}}{\sigma^0};$$

$$\bar{u} = \frac{u\ell}{\sigma_0(p_\Gamma^0 - p_w)}; \quad \bar{p} = \frac{p - p_w}{p_\Gamma^0 - p_w}; \quad \ell = 100r_w.$$

Определяющая безразмерная система уравнений

Логарифмические координаты $\rho = \ln(r / r_w)$

$$\frac{\partial}{\partial \rho} \left(\sigma \frac{\partial p}{\partial \rho} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\sigma \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right) + r^2 \frac{\partial}{\partial z} \left(\sigma \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 0; \quad \text{- коллектор}$$

$$M \left(-\frac{\partial^2 \langle p \rangle}{\partial \rho^2} \pm \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial \rho} + r^2 \frac{\partial^2 \langle p \rangle}{\partial z^2} \right) = r\sigma \frac{\partial p}{\partial \varphi} \Big|_{\varphi=0, -\pi}^{\varphi=2\pi, +\pi} \quad \text{- трещина}$$

$$\Gamma_f : p = \langle p \rangle \quad \text{- условие сопряжения}$$

Определяющие безразмерные параметры:

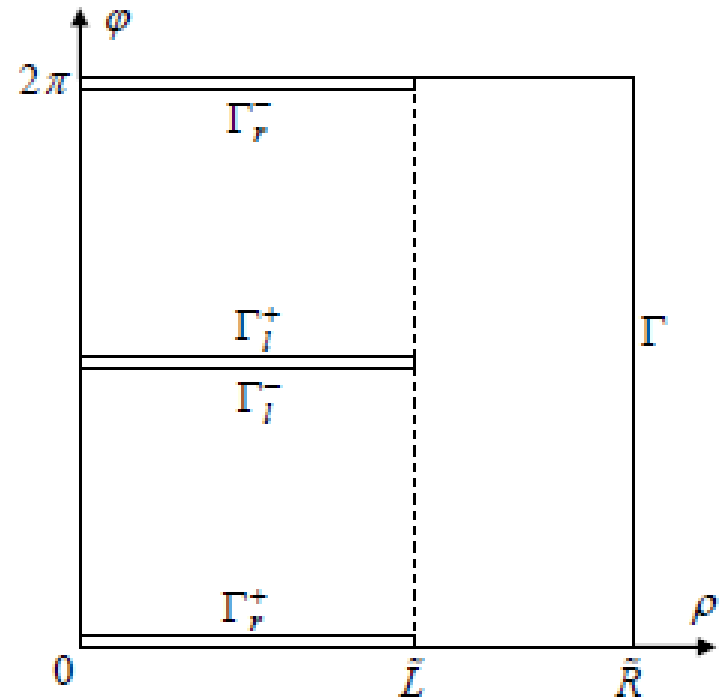
$$L \quad \text{- радиус трещины}$$

$$M = \frac{2\delta\sigma_f}{\ell\sigma^0} \quad \text{- проницаемость трещины}$$

Метод численного решения

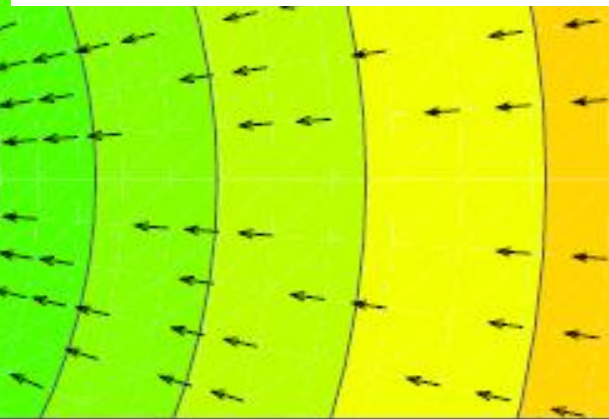
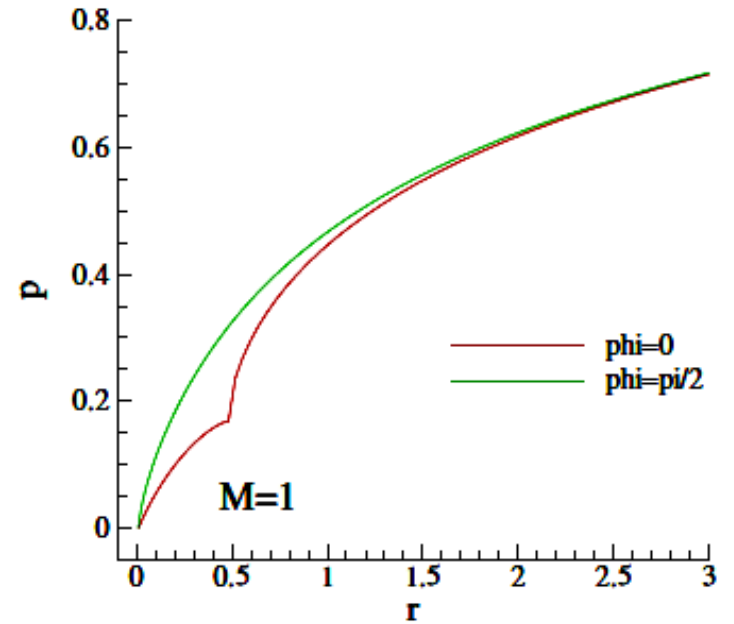
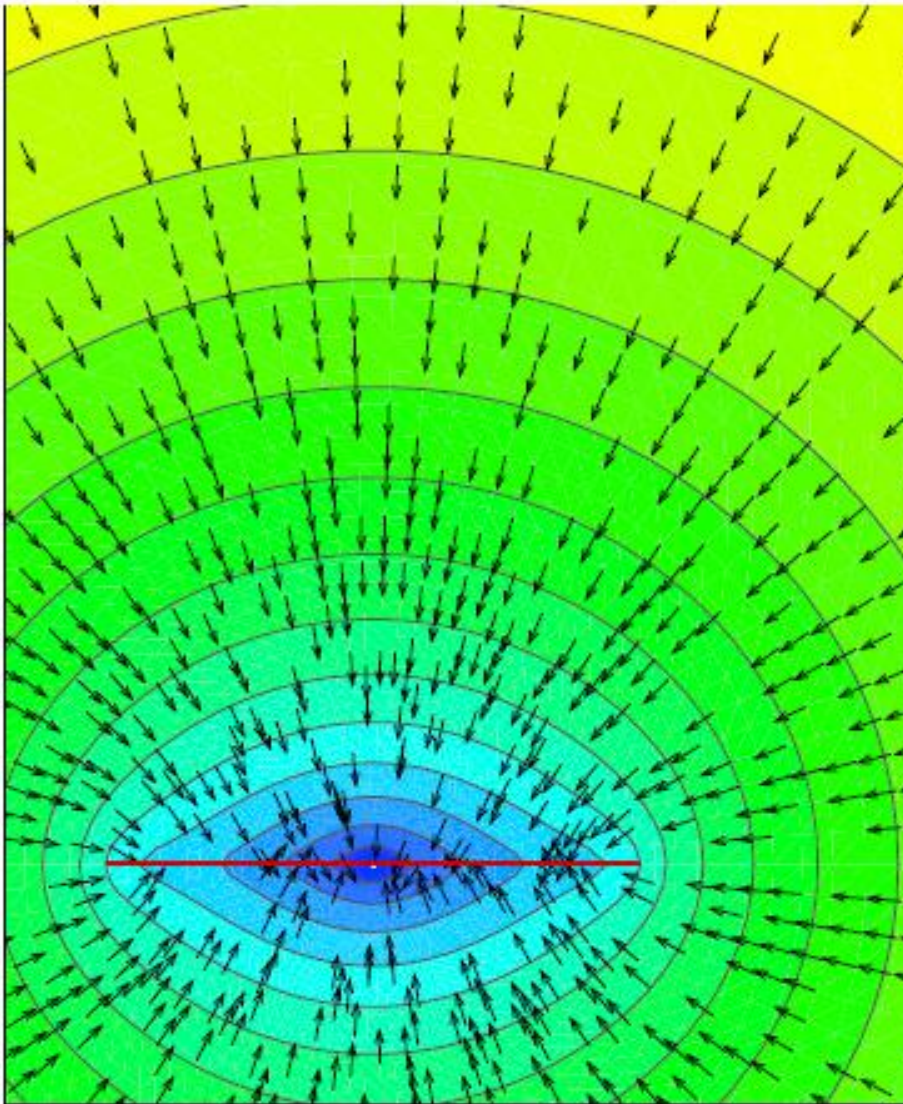
Задача решается в прямоугольной области (ρ, φ, z) на регулярной кубической сетке методом конечных объемов.

В результате пространственной аппроксимации строится объединенная система линейных уравнений относительно неизвестных сеточных значений $p, \langle p \rangle$



Решение СЛАУ алгебраическим многосеточным методом.

Решение двумерной модельной задачи



$M = 1$
 $L = 0.5$

Трёхмерный расчет

Сравнение расчетов без учета ГРП(а) и с учетом ГРП (б) при $M=10$.

Проведение ГРП приводит к увеличению дебита более чем в 15 раз

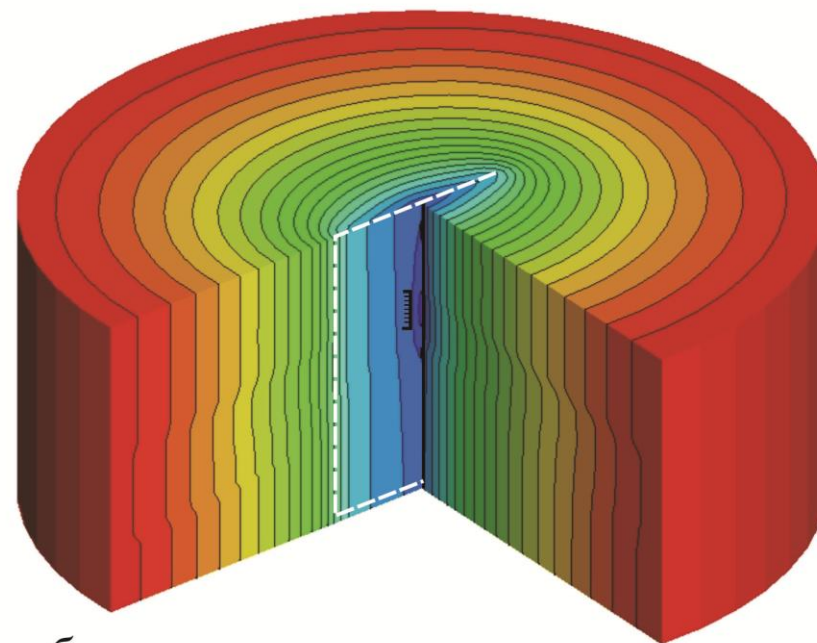
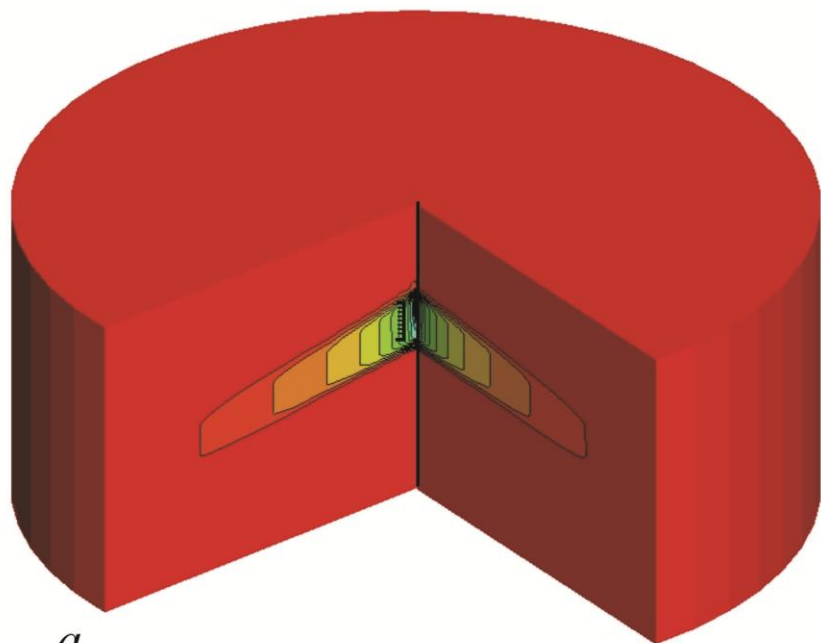
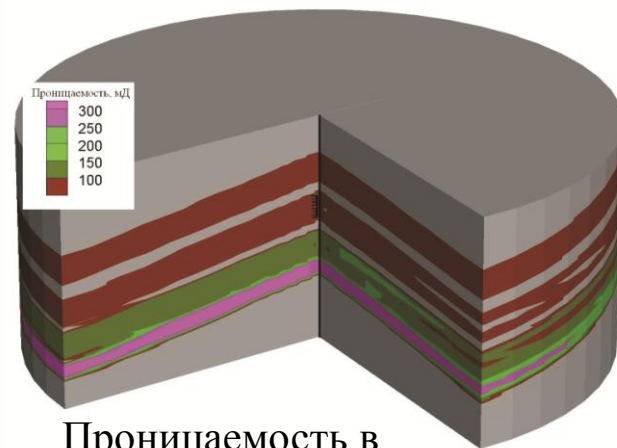
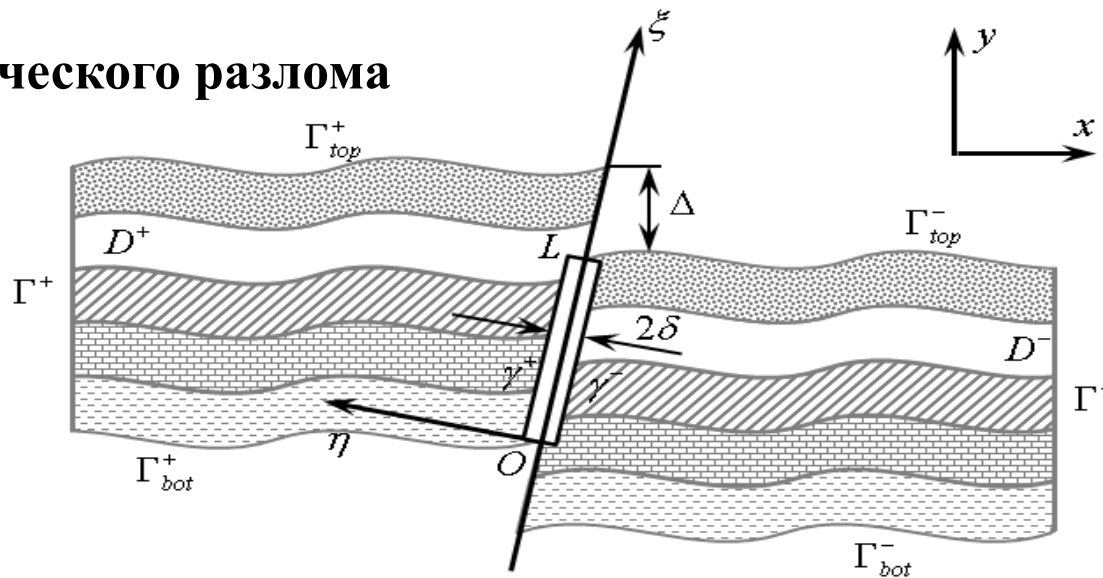


Схема тектонического разлома



Определяющая система уравнений для задачи двухфазной фильтрации

$$\beta \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \vec{V} = 0, \quad \vec{V} = -\sigma \nabla p, \quad \sigma = k \left[k_w(s) + K_\mu k_o(s) \right],$$

$$k_w(s) = s^n, \quad k_o(s) = (1-s)^n$$

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \nabla \left(f(s) \vec{V} \right) = 0, \quad f = \frac{k_w(s)}{k_w(s) + K_\mu k_o(s)}$$

$$t = 0: \quad p = 0; \quad s = 0.$$

$$\Gamma_{top}, \Gamma_{bot}: \quad \sigma \frac{\partial p}{\partial n} = 0;$$

$$\Gamma^+: \quad p = 1, \quad s = 1; \quad \Gamma^-: \quad p = p_w^- < 0;$$

Уравнения для трещины

$$\begin{cases} \nabla \cdot \vec{V}^f = 0; & \vec{V}^f = -\sigma^f (s^f) \nabla p; & \nabla p^f = \left(\frac{\partial p^f}{\partial \xi}, \frac{\partial p^f}{\partial \eta} \right); \\ m^f \frac{\partial s^f}{\partial t} + \nabla (f(s) \vec{V}^f) = 0, \end{cases}$$

Интегрируем уравнения по ширине разлома с учетом

- квадратичного распределения давления поперек трещины $p^f = a\eta^2 + b\eta + c$
- обозначений $\langle p, s \rangle = \frac{1}{2\delta} \int_{-\delta}^{\delta} p^f, s^f d\eta$; $\tilde{p} = \frac{p^+ + p^-}{2}$; $p^\pm = p(\pm\delta)$
- упрощенного закона Дарси $\langle u \rangle = - \left\langle \sigma^f \frac{\partial p^f}{\partial \xi} \right\rangle \approx -\sigma^f (\langle s^f \rangle) \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial \xi}$
- допущений $\langle f(s)u^f \rangle \approx f(\langle s \rangle) \langle u \rangle$; $\sigma^f(+\delta) = \sigma^f(-\delta) = \sigma^f(\langle s \rangle) = \frac{k^f}{\mu(\langle s \rangle)}$

$$-\frac{\delta^2 \langle \mu \rangle}{3} \frac{d}{d\xi} \left[\frac{1}{\langle \mu \rangle} \frac{d \langle p \rangle}{d\xi} \right] + \langle p \rangle = \tilde{p}; \quad m^f \frac{\partial \langle s \rangle}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} [f(\langle s \rangle) \langle u \rangle] + \frac{1}{2\delta} [f(\tilde{s}) v^f]_{-\delta}^{+\delta} = 0$$

Условия сопряжения

$$p^\pm = p^f(\pm\delta);$$

$$\sigma \frac{\partial p^\pm}{\partial n} = -\alpha^\pm p^\pm + \beta^\pm; \quad \alpha^\pm = \frac{2}{\delta} \sigma^f(\tilde{s}), \quad \beta^\pm = \pm \frac{1}{\delta} \sigma^f(\tilde{s}) (p^\mp - 3\langle p \rangle)$$

Безразмерные уравнения

$$\bar{x}, \bar{z}, \bar{\xi} = \frac{x, z, \xi}{L}; \quad \varepsilon = \frac{\delta}{L}; \quad \bar{p} = \frac{p - p_0}{p_w^+ - p_0}; \quad \bar{\mu} = \frac{\mu}{\mu_w}$$

Система уравнений в трещине

$$-\frac{\varepsilon^2}{3} \frac{d^2 \langle p \rangle}{d\xi^2} + \langle p \rangle = \tilde{p},$$

$$\bar{m} \frac{\partial \langle s \rangle}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} [f(\langle s \rangle) \langle u \rangle] + W = 0;$$

$$\langle u \rangle = -k^f \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial \xi}, \quad W = \frac{k^f}{2\varepsilon^2} \left\{ [f(\tilde{s}) V^f] \Big|_{\gamma^+} - [f(\tilde{s}) V^f] \Big|_{\gamma^-} \right\} = 0,$$

$$V^f \Big|_{\gamma^+} = -2p^+ - p^- + 3\langle p \rangle, \quad V^f \Big|_{\gamma^-} = 2p^- + p^+ - 3\langle p \rangle;$$

Условия сопряжения

$$\gamma^+ : \sigma \frac{\partial p}{\partial n} = -\alpha (2p^+ + p^- - 3\langle p \rangle); \quad \alpha = \frac{k^f}{\varepsilon}$$

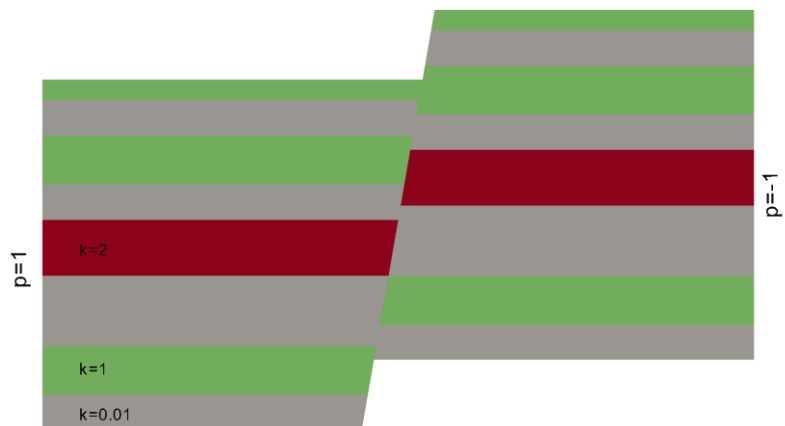
$$\gamma^- : \sigma \frac{\partial p}{\partial n} = -\alpha (2p^- + p^+ - 3\langle p \rangle);$$

Метод численного решения

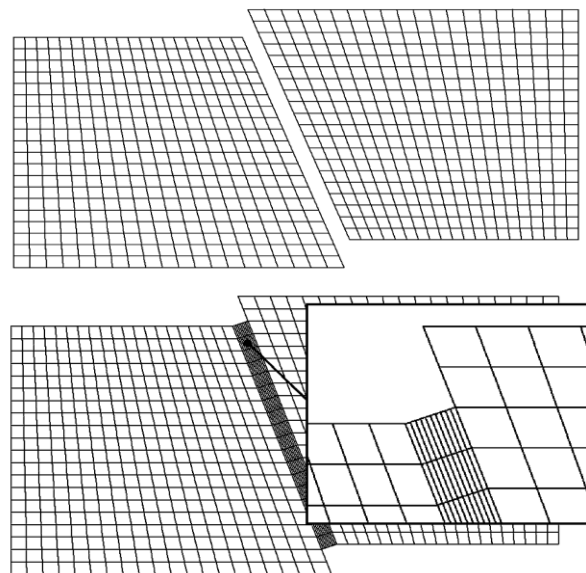
- Аппроксимация методом конечных объемов на регулярной четырехугольной сетке.
- Объединенная система сеточных уравнений относительно неизвестных $p, \langle p \rangle$ решается методом факторизации с помощью пакета SuiteSparse.
- Шаг по времени для уравнения переноса насыщенности выбирается из условия $Cu=0.5$

Тестирование метода. Задача для давления ($s=0$).

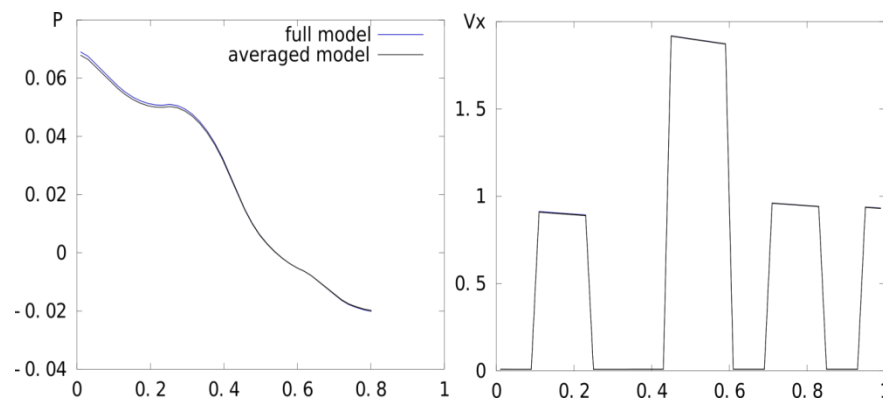
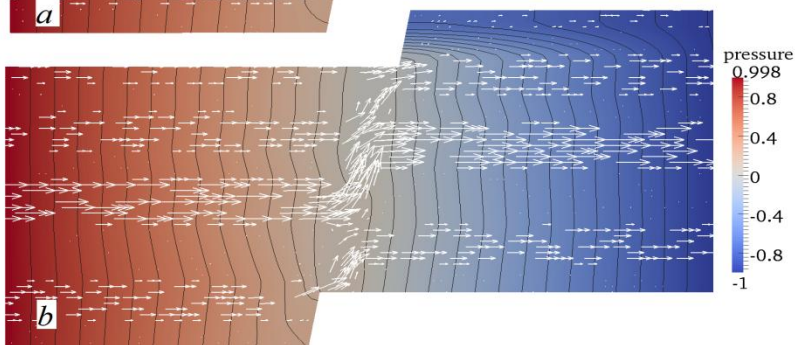
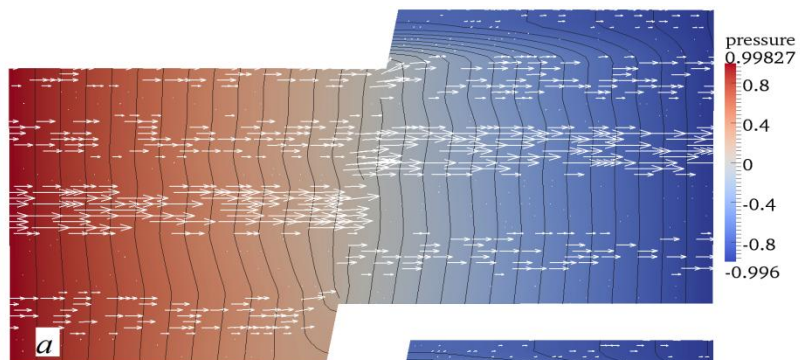
Сравнение решений методом сквозного счета и предложенным методом.



Поле проницаемости тестовой задачи.



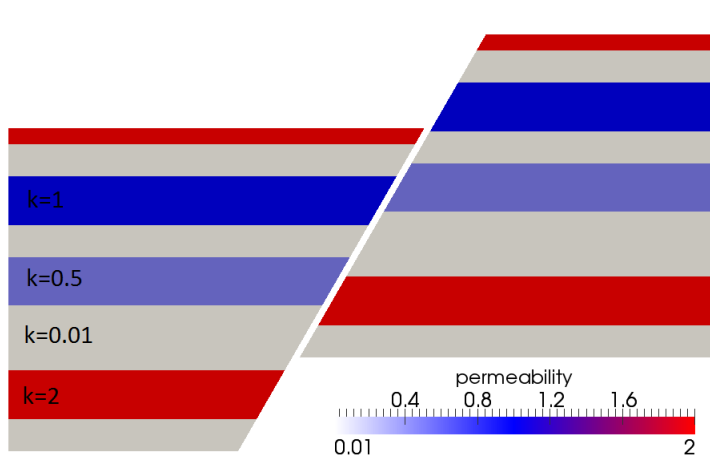
Сетки для сквозного счета и расчета по упрощенной модели



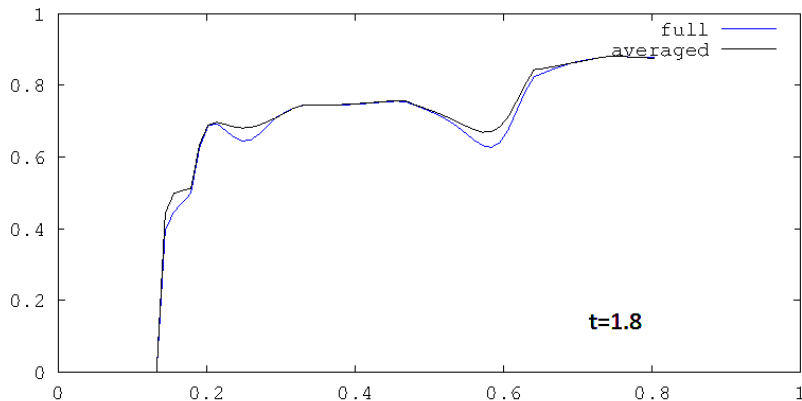
Распределение давления по трещины(слева) и эпюры скорости на правой границе

Поле давлений и скорости фильтрации при $kf=10$;
Упрощенная (а) и сквозная модель (б).

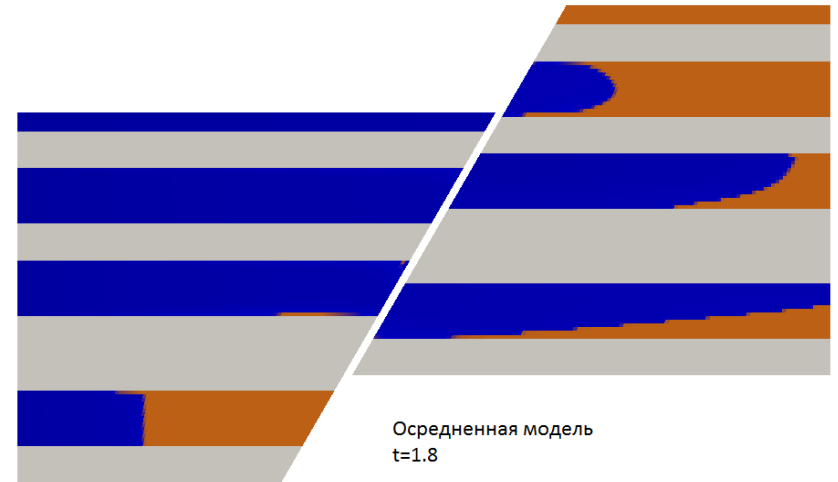
Тестирование метода. Задача для насыщенности.



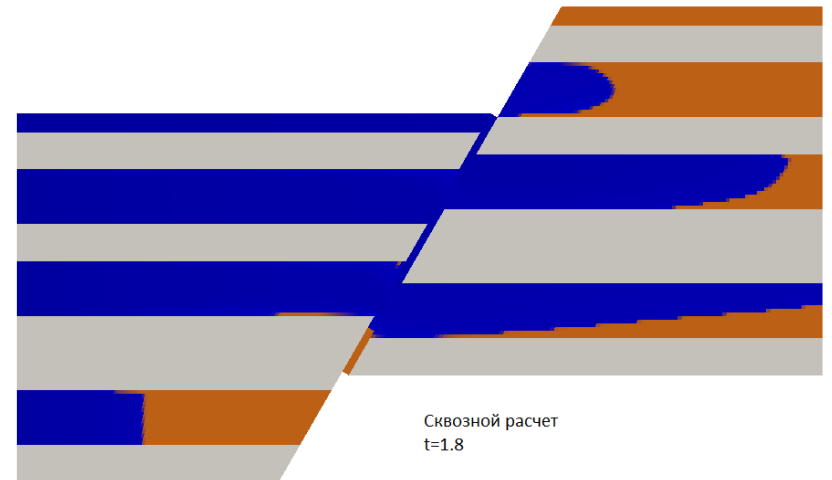
Поле проницаемости тестовой задачи.



Насыщенность в трещине разлома.
Сравнение «сквозной» и осредненной модели



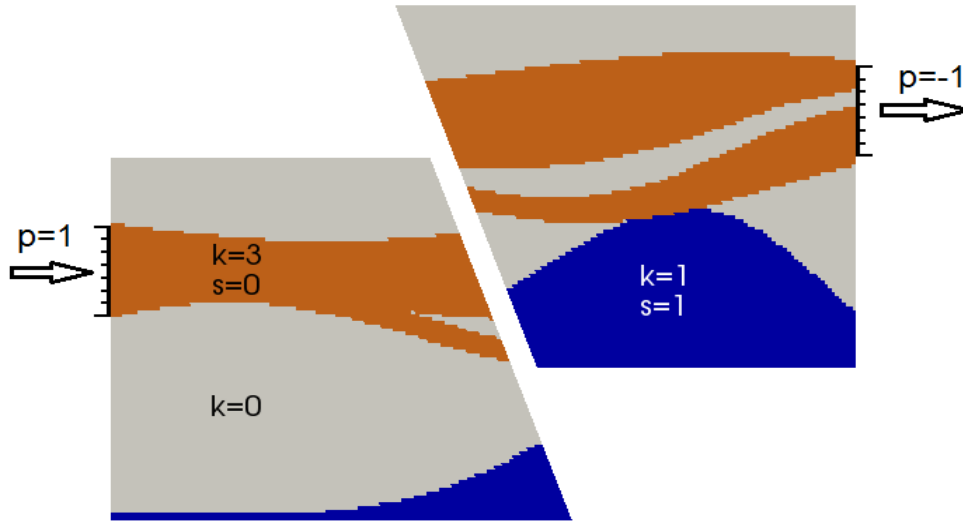
Осредненная модель
 $t=1.8$



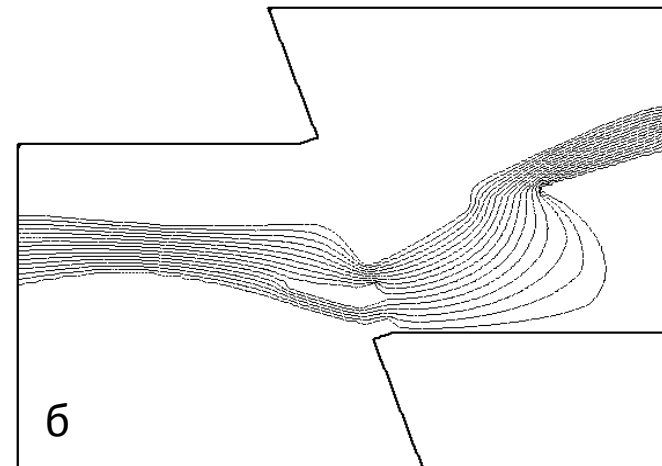
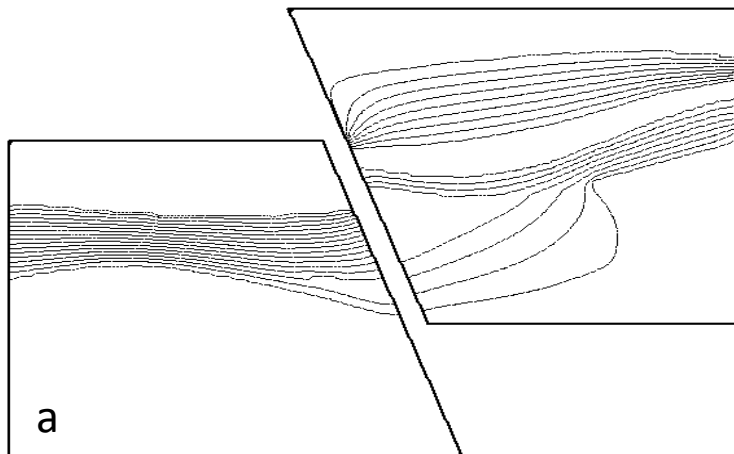
Сквозной расчет
 $t=1.8$

Поле насыщенности на момент $t=1.8$, рассчитанное по осредненной (сверху) и «сквозной» моделям

Решение модельной задачи об обводнении скважины в пласте с высокопроницаемым разломом



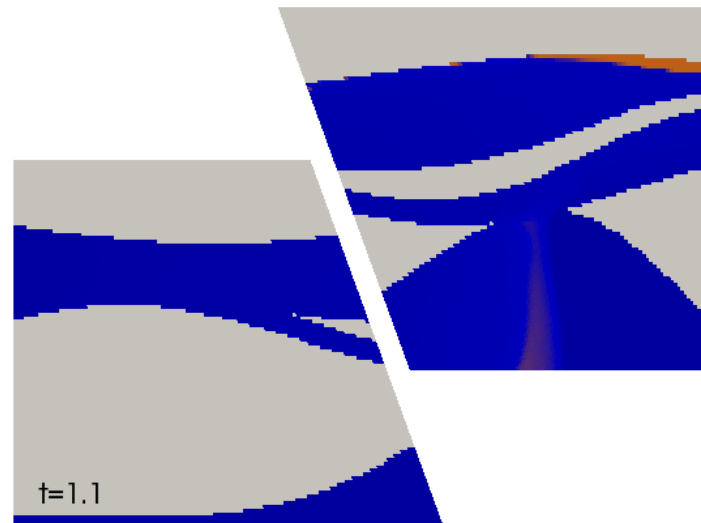
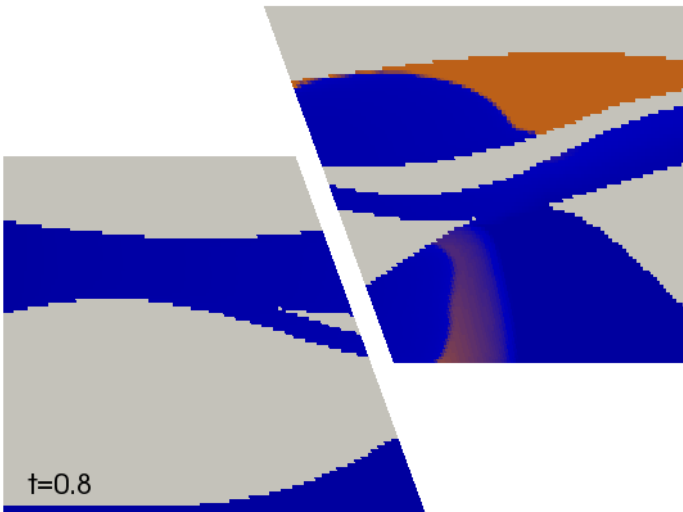
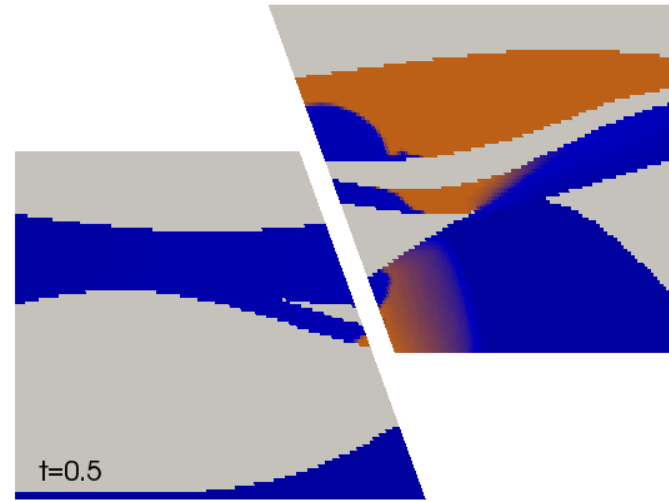
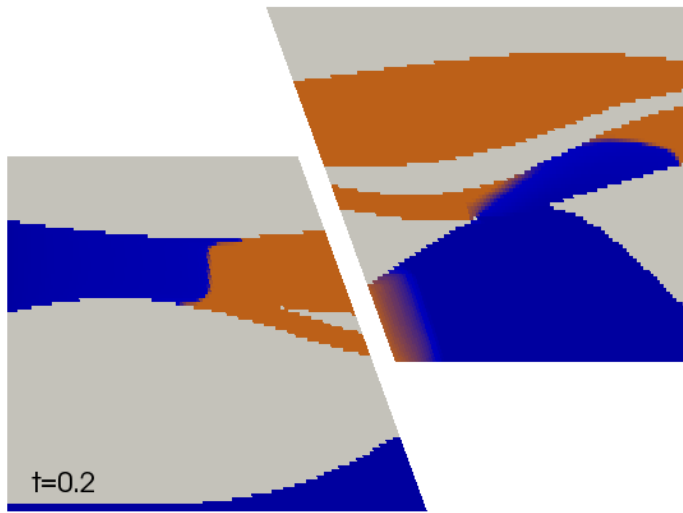
Поле проницаемости тестовой задачи.



Линии тока на момент для фильтрации с учетом проницаемости разлома (а), и без учета течения в разломе (б)

Рассматриваются два варианта расчета:

- коллекторские свойства трещины игнорируются, моделируется идеальный контакт между областями. Поскольку в результате разлома нефтенасыщенная часть коллектора потеряла непосредственную гидродинамическую связь вытеснение нефти может происходить лишь через водонасыщенный слой;
- учитываются фильтрационные свойства трещины. Это приводит к существенным перетокам вдоль разлома и гидродинамической связи между всеми проницаемыми интервалами.



Поле насыщенности на различные моменты времени при фильтрации с учетом фильтрационных свойств разлома

Заключение

- Разработана математическая модель учета гидродинамического разрыва при моделировании нефтедобычи
- Представлена замкнутая математическая модель двухфазной фильтрации в пласте с тектоническими нарушениями.
- Проведено успешное тестирование численного алгоритма.
- Выполнен модельный расчет течения в окрестности разлома типа «сброс», показывающий необходимость учета проницаемости трещины разлома при моделировании разработки пластов с тектоническими нарушениями.