

# ТРЕХМЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛАБО СЖИМАЕМОЙ СРЕДЫ С ПОМОЩЬЮ СХЕМЫ КАБАРЕ

Кондаков В.Г.,  
м.н.с. лаб.№152 ИБРАЭ РАН,  
науч.рук. профессор, д.ф.-м.н. Головизнин В.М.,

п.Дюрсо, 2013г.



# СОДЕРЖАНИЕ

- Введение
- Обобщение схемы КАБАРЕ в 3D
- Постановка задачи разнотемпературной конвекции
- Постановка задачи обтекания обратной ступеньки (Backward Facing Step)
- Результаты расчетов
- Заключение



ИБРАЭ

# ВВЕДЕНИЕ

- Цель работы – разработка 3D кода на основе известной схемы КАБАРЕ, верификация и валидация на задачах разнотемпературной конвекции и обтекания обратного уступа.



# ОБОБЩЕНИЕ СХЕМЫ КАБАРЕ В 3D

- Система уравнений Навье-Стокса и уравнение теплопроводности в дивергентном виде:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial z} = \mathbf{Q},$$

$$\mathbf{U} = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, T)^T, \mathbf{F} = (\rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, \rho uw, uT)^T,$$

$$\mathbf{G} = (\rho v, \rho uv, \rho v^2 + p, \rho vw, vT)^T, \mathbf{H} = (\rho w, \rho uw, \rho vw, \rho w^2 + p, wT)^T,$$

$$\mathbf{Q} = (0, \rho \nu \Delta u - \rho \beta g_x (T - T_0), \rho \nu \Delta v - \rho \beta g_y (T - T_0), \rho \nu \Delta w - \rho \beta g_z (T - T_0), \chi \Delta T)^T.$$

- Характеристические уравнения для слабо сжимаемой среды:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( u - \frac{p}{\rho c} \right) + (u - c) \frac{\partial}{\partial x} \left( u - \frac{p}{\rho c} \right) = f_1, \quad \frac{\partial}{\partial t} \left( v - \frac{p}{\rho c} \right) + (v - c) \frac{\partial}{\partial y} \left( v - \frac{p}{\rho c} \right) = g_1, \quad \frac{\partial}{\partial t} \left( w - \frac{p}{\rho c} \right) + (w - c) \frac{\partial}{\partial z} \left( w - \frac{p}{\rho c} \right) = h_1,$$

$$\frac{\partial}{\partial t} v + u \frac{\partial}{\partial x} v = f_2, \quad \frac{\partial}{\partial t} u + v \frac{\partial}{\partial y} u = g_2, \quad \frac{\partial}{\partial t} u + w \frac{\partial}{\partial z} u = h_2,$$

$$\frac{\partial}{\partial t} w + u \frac{\partial}{\partial x} w = f_3, \quad \frac{\partial}{\partial t} w + v \frac{\partial}{\partial y} w = g_3, \quad \frac{\partial}{\partial t} v + w \frac{\partial}{\partial z} v = h_3,$$

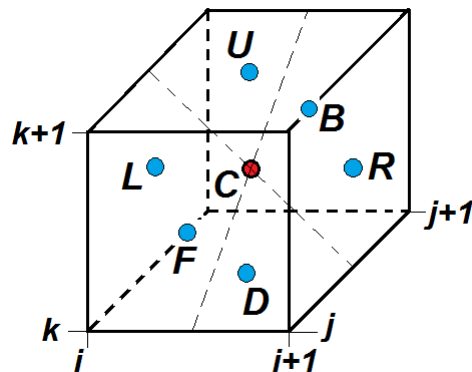
$$\frac{\partial}{\partial t} T + u \frac{\partial}{\partial x} T = f_4, \quad \frac{\partial}{\partial t} T + v \frac{\partial}{\partial y} T = g_4, \quad \frac{\partial}{\partial t} T + w \frac{\partial}{\partial z} T = h_4,$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( u + \frac{p}{\rho c} \right) + (u + c) \frac{\partial}{\partial x} \left( u + \frac{p}{\rho c} \right) = f_5, \quad \frac{\partial}{\partial t} \left( v + \frac{p}{\rho c} \right) + (v + c) \frac{\partial}{\partial y} \left( v + \frac{p}{\rho c} \right) = g_5, \quad \frac{\partial}{\partial t} \left( w + \frac{p}{\rho c} \right) + (w + c) \frac{\partial}{\partial z} \left( w + \frac{p}{\rho c} \right) = h_5.$$

# ОБОБЩЕНИЕ СХЕМЫ КАБАРЕ В 3D(2)

Вычислительный  
шаблон

Схема КАБАРЕ



$$\frac{U_C^{n+1} - U_C^n}{\tau_{n+1/2}} + \frac{\bar{\mathbf{F}}_R - \bar{\mathbf{F}}_L}{x_{i+1} - x_i} + \frac{\bar{\mathbf{G}}_F - \bar{\mathbf{G}}_B}{y_{j+1} - y_j} + \frac{\bar{\mathbf{H}}_U - \bar{\mathbf{H}}_D}{z_{k+1} - z_k} = \mathbf{Q}_C^{n+1/2},$$

Здесь консервативная переменная  $\mathbf{C}$  относится к центру ячейки, потоковые переменные  $\mathbf{U}$ ,  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{L}$ ,  $\mathbf{F}$ ,  $\mathbf{B}$  — к центрам граней ячейки.

где верхняя черта над векторами означает полусумму с двух слоев:

$$\bar{\boldsymbol{\eta}} = \frac{(\boldsymbol{\eta}^n + \boldsymbol{\eta}^{n+1})}{2}.$$



# ОБОБЩЕНИЕ СХЕМЫ КАБАРЕ В 3D(3)

- Этап №1. Шаг-предиктор.

$$\frac{\tilde{\mathbf{U}}_C^{n+1/2} - \mathbf{U}_C^n}{\tau_{n+1/2} / 2} + \frac{\mathbf{F}_R^n - \mathbf{F}_L^n}{x_{i+1} - x_i} + \frac{\mathbf{G}_F^n - \mathbf{G}_B^n}{y_{j+1} - y_j} + \frac{\mathbf{H}_U^n - \mathbf{H}_D^n}{z_{k+1} - z_k} = 0,$$

- Этап №2. Учет правой части.

$$\frac{\mathbf{U}_C^{n+1/2} - \tilde{\mathbf{U}}_C^{n+1/2}}{\tau_{n+1/2}} = \tilde{\mathbf{Q}}_C^{n+1/2}$$

- Этап №3. Линейная экстраполяция квазиинвариантов Римана.

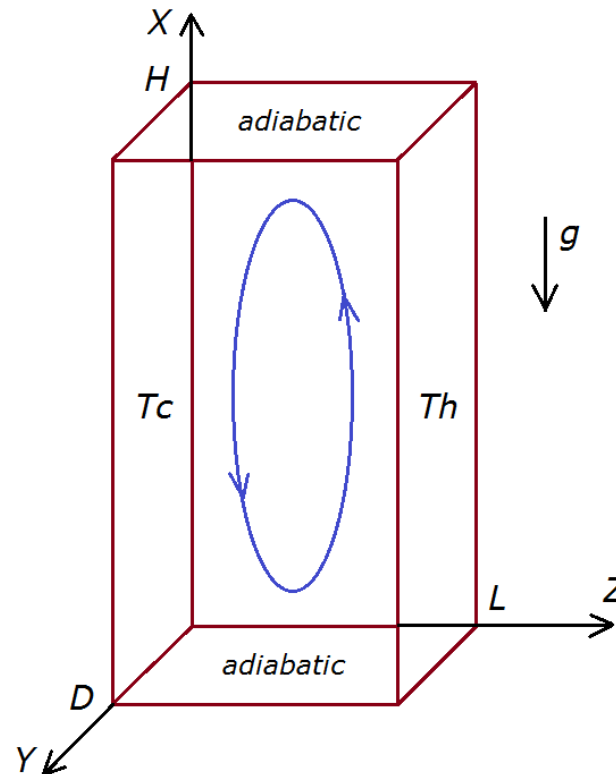
- Этап №4. Шаг-корректор.

$$\frac{\mathbf{U}_C^{n+1} - \mathbf{U}_C^{n+1/2}}{\tau_{n+1/2} / 2} + \frac{\mathbf{F}_R^{n+1} - \mathbf{F}_L^{n+1}}{x_{i+1} - x_i} + \frac{\mathbf{G}_F^{n+1} - \mathbf{G}_B^{n+1}}{y_{j+1} - y_j} + \frac{\mathbf{H}_U^{n+1} - \mathbf{H}_D^{n+1}}{z_{k+1} - z_k} = 0,$$

# РАЗНОТЕМПЕРАТУРНАЯ КОНВЕКЦИЯ

## Тепловая конвекция в трехмерной области

- Рассматривается естественная конвекция в трехмерной области в форме параллелепипеда со сторонами  $H$ ,  $L$  и  $D$ , где  $H$  — высота области,  $L$  — ее ширина,  $D$  — глубина (см. рис.). Температуры левой и правой вертикальных стенок постоянны и равны, соответственно,  $T_c$  и  $T_h$ . Верхняя и нижняя стенки, а также передняя и задняя — теплоизолированы. Сила тяжести направлена вертикально вниз вдоль оси  $x$ . На левой, правой, верхней и нижней стенках все три компоненты скорости жидкости (газа) обращаются в ноль (условие прилипания). На передней и задней стенках — условие проскальзывания



# ОБТЕКАНИЯ ОБРАТНОЙ СТУПЕНЬКИ

## Расчетная область

- Первые шаги по изучению турбулентного течения за обратным уступом были сделаны в работе Armaly(1983), где исследовалась зависимость характеристик течения от числа Рейнольдса. В этой работе был показан сложный характер перехода течения из ламинарного в турбулентный режим, и как он влияет на размеры зоны рециркуляции за уступом. Было выдвинуто предположение, что при числе Рейнольдса больших 400 модель квазидвумерного течения уже не корректно описывает течение, так как зона рециркуляции в расчетах оказывается намного меньше наблюдаемых величин. В последующем этот эксперимент стал отправной точкой для калибровки различных разностных схем.

$L_x=30, L_y=2, L_z=2, L_{in}=10;$   
Сетка:  $961 \times 65 \times 65, N_{cell} \sim 4 \text{МС.}$

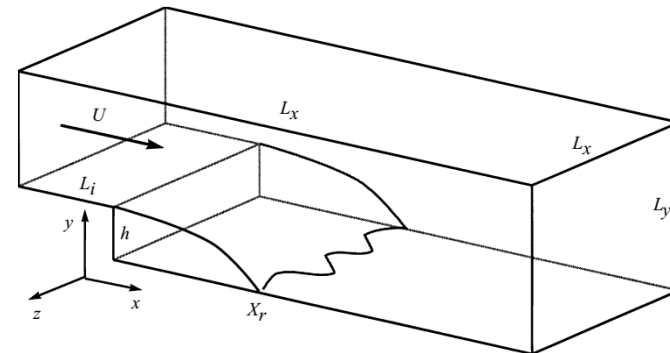


FIGURE 1. Backward-facing step flow configuration.



# РАСЧЕТ ЗАДАЧИ

- Натурный эксперимент Armaty(1983), распределение линейных размеров зон рециркуляции в зависимости от числа Рейнольдса.

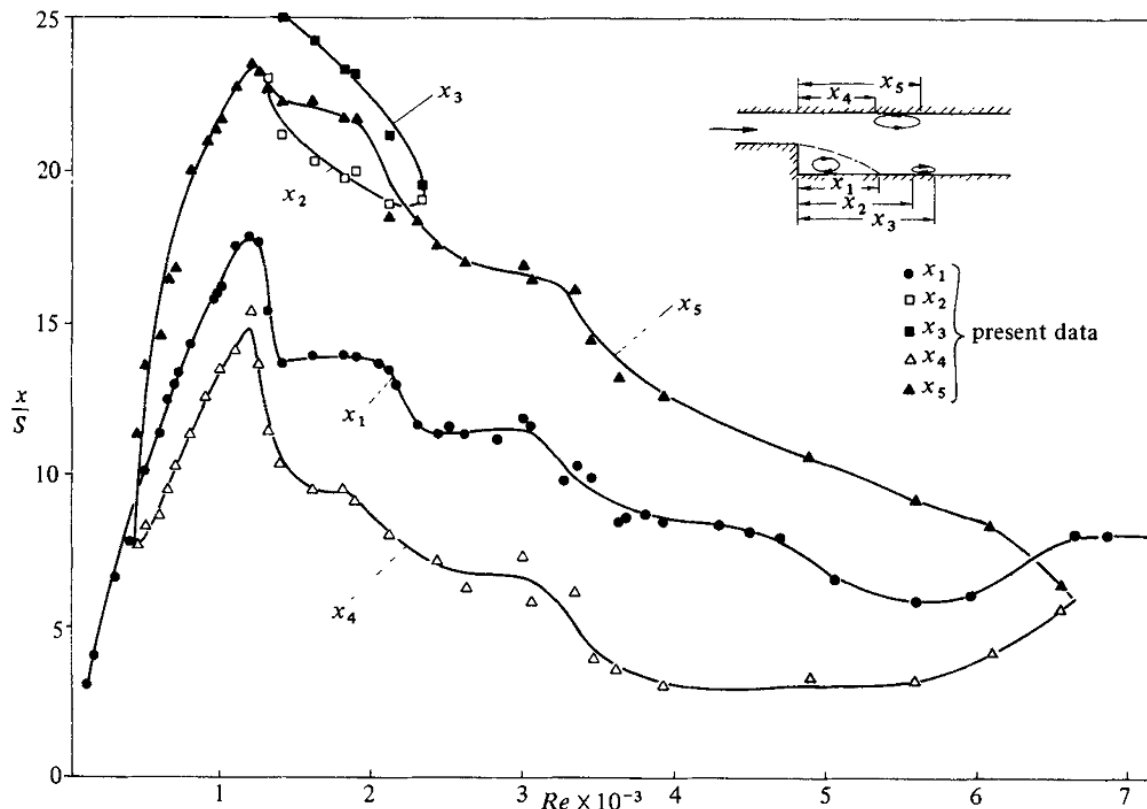
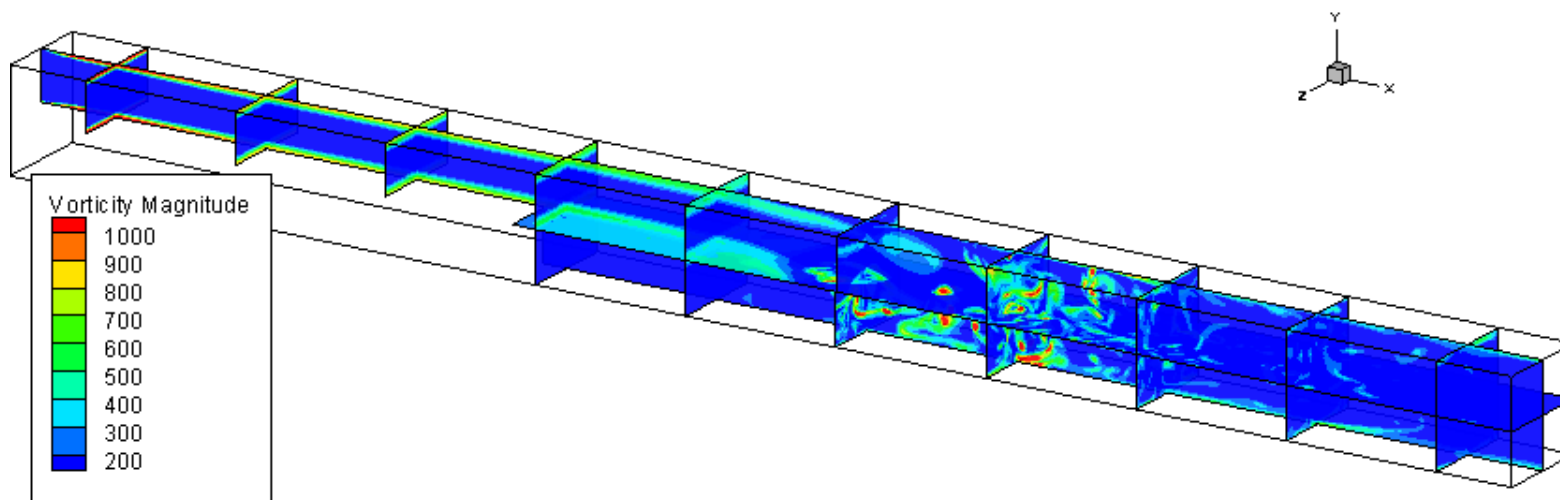
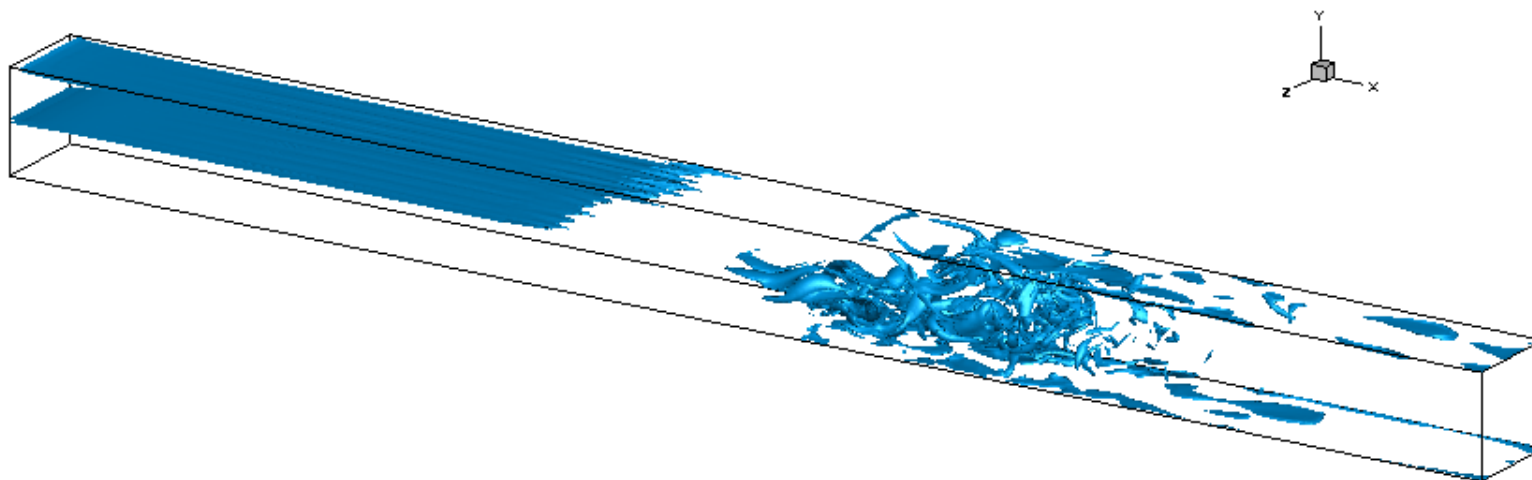


FIGURE 4. Location of detachment and reattachment of the flow at the centre of the test section; variation of locations with Reynolds number.



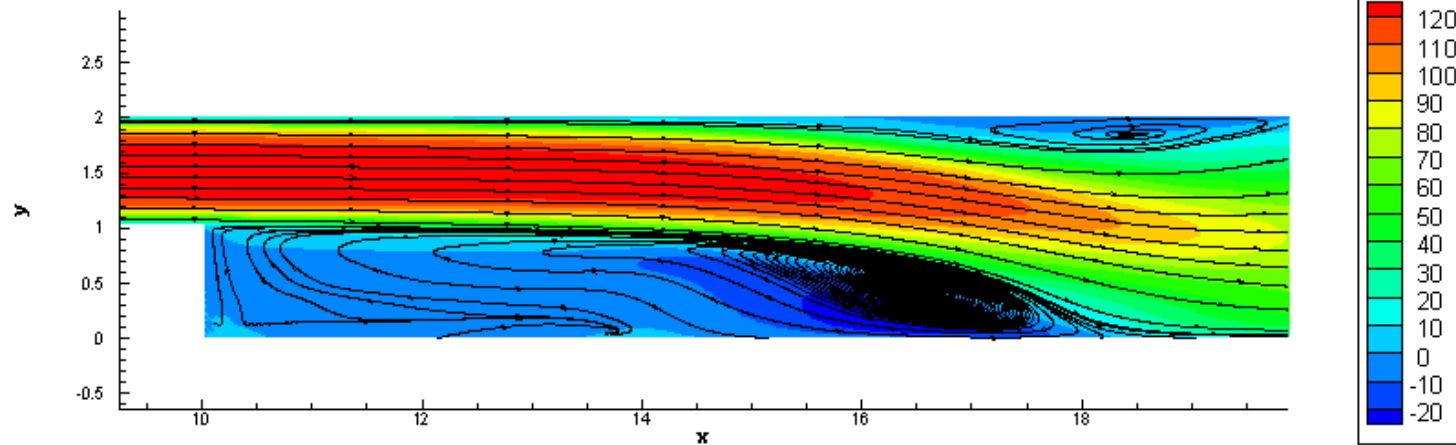
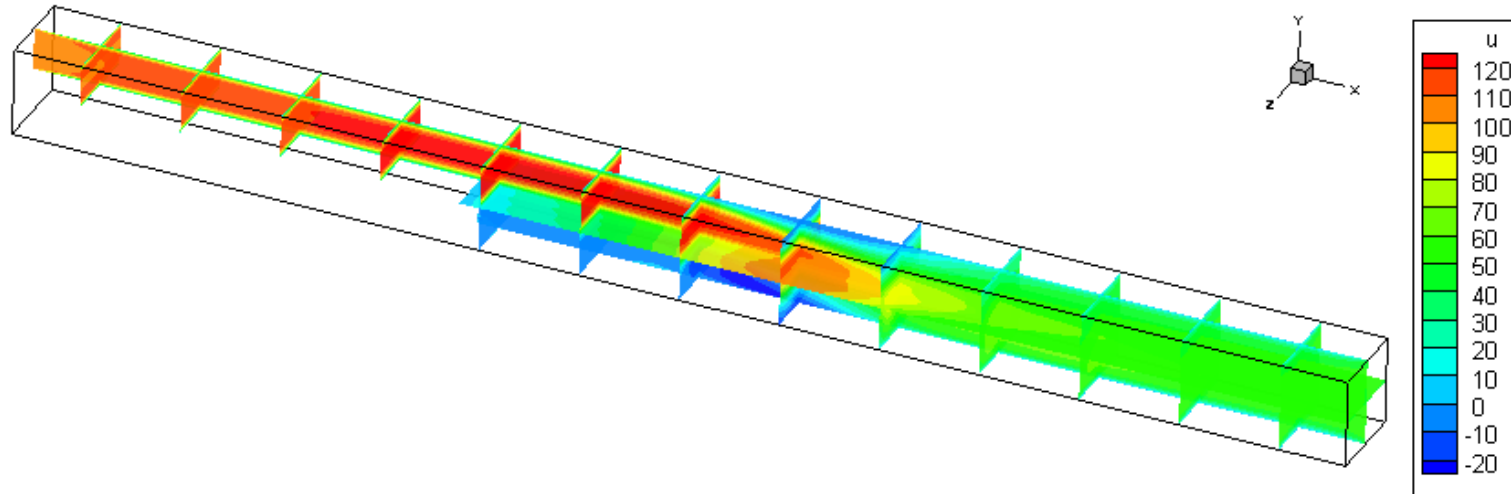
ИБРАЭ

# РАСЧЕТ ЗАДАЧИ(2) МОДУЛЬ РОТОРА СКОРОСТИ





# РАСЧЕТ ЗАДАЧИ(3) ОСРЕДНЕННОЕ ПОЛЕ СКОРОСТИ

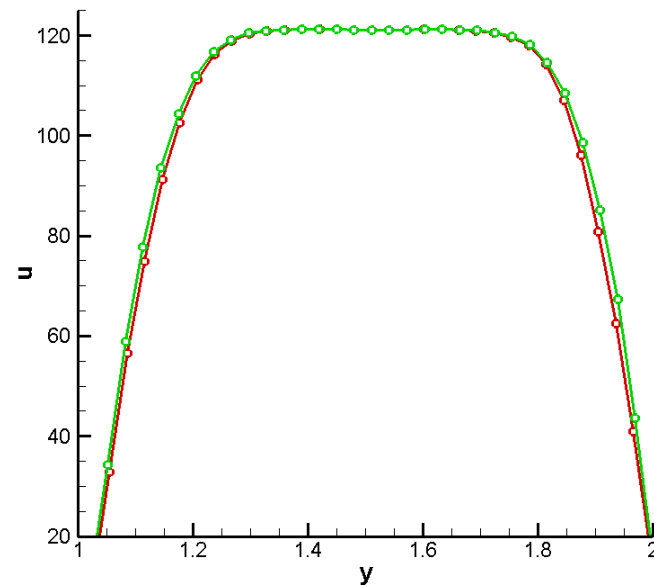
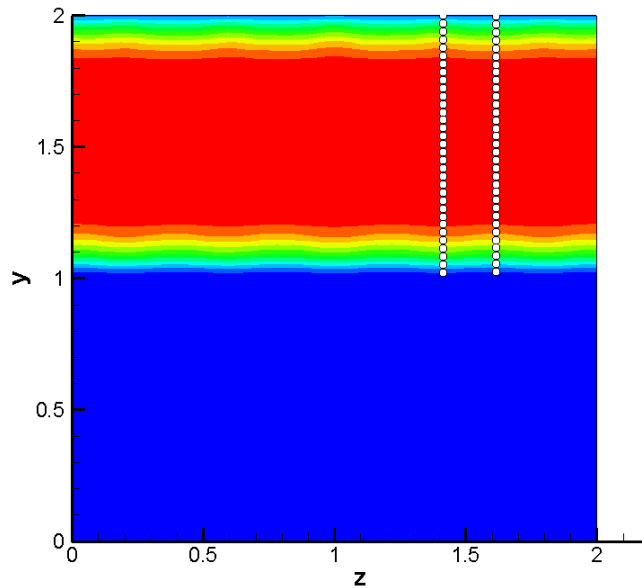


# РАСЧЕТ ЗАДАЧИ(4)

## РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОФИЛЯ СКОРОСТИ

Расположение контрольных  
линий на сечении  $X=7$  ( $=L_{in}-3$ )

Профиль скорости на  
контрольных линиях



# РАСЧЕТ ЗАДАЧИ(5)

## СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

### Вариант №1

$U_{in}$	$\nu$	Re	$X_r$	$X_r^*$
117	0.044	3510	8.0	8.3 (4%)

$X_4$	$X_4^*$	$X_5$	$X_5^*$
4.0	6.35 (60%)	14.0	9.93 (28%)

### Вариант №2

$U_{in}$	$\nu$	Re	$X_r$	$X_r^*$
114	0.027	5700	6.0	6.2 (3%)

$X_4$	$X_4^*$	$X_5$	$X_5^*$
3.0	4.6 (53%)	9.0	6.4 (28%)



## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

- Для задачи обратной ступеньки получены удовлетворительные значения длин присоединения потока  $X_r$  (в двух точках  $Re=3510$ ,  $Re=5700$  относительное отклонение составляет 3%). В то время как расположение верхней зоны рециркуляции оказалось не в соответствии с натурными измерениями (ближний край завышен больше чем на 50%, дальний край расположен на 30% ближе).
- Расчет проводился на СК BlueGene ВМК МГУ на 1024 процессорах, время одного расчета примерно 2 суток (~1800000 шагов по времени или эквивалентно 40 пролетам через проточную часть области).



ИБРАЭ

○ СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!