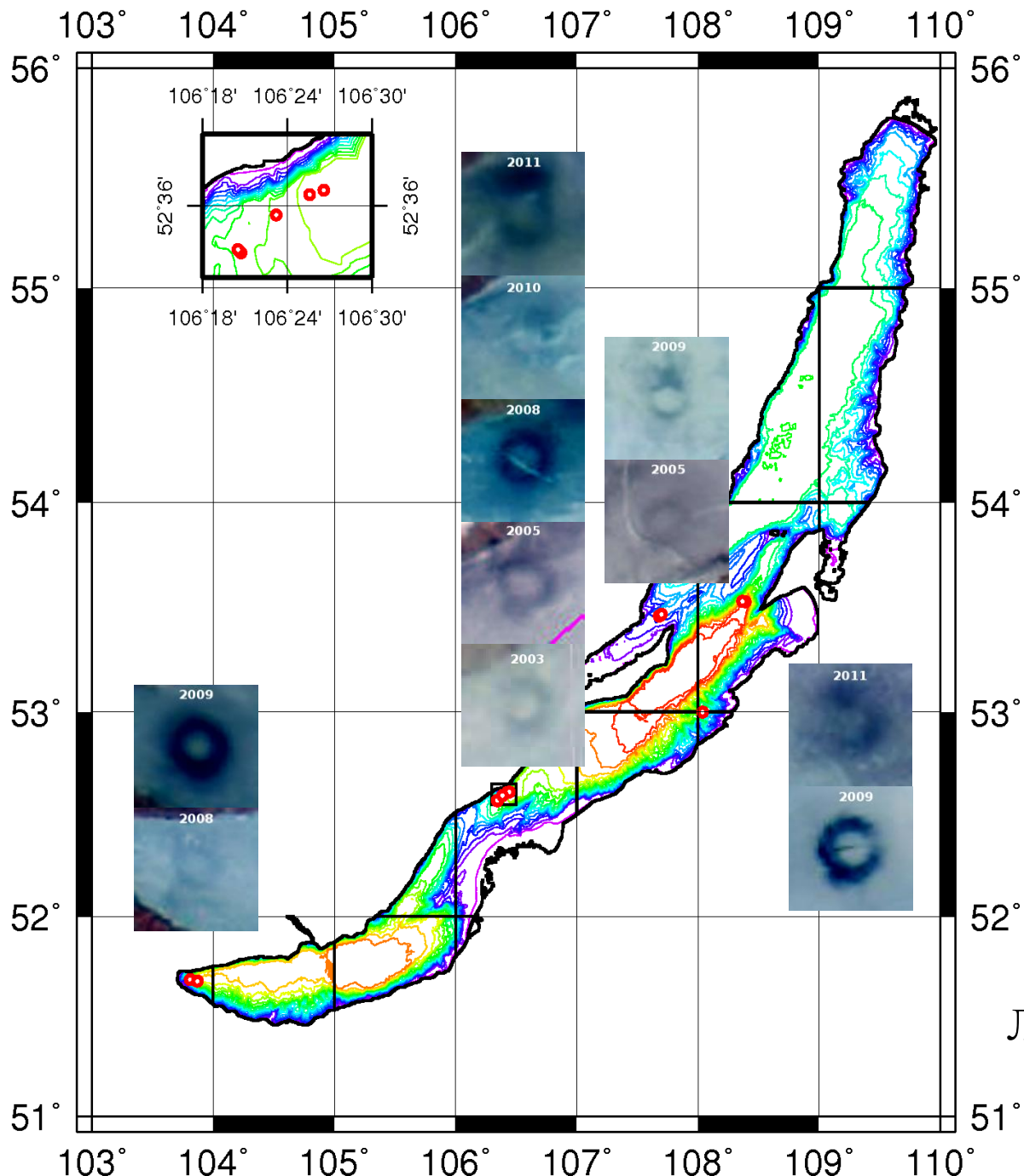


**ЧИСЛЕННОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ
ЛОКАЛЬНЫХ
КОЛЬЦЕВЫХ
СТРУКТУР В ОЗЕРЕ
БАЙКАЛ**



**Цветова Е.А.
ИВМ и МГ СО РАН
Новосибирск**



ЛИН СО РАН

Цель работы

получение согласованного представления функций состояния (температуры, трех компонент вектора скорости, плотности и давления) во всей области моделирования при условии, что рассчитываемые поля температуры близки к измеренным в районе наблюдений

Кольцевая структура в Южном Байкале

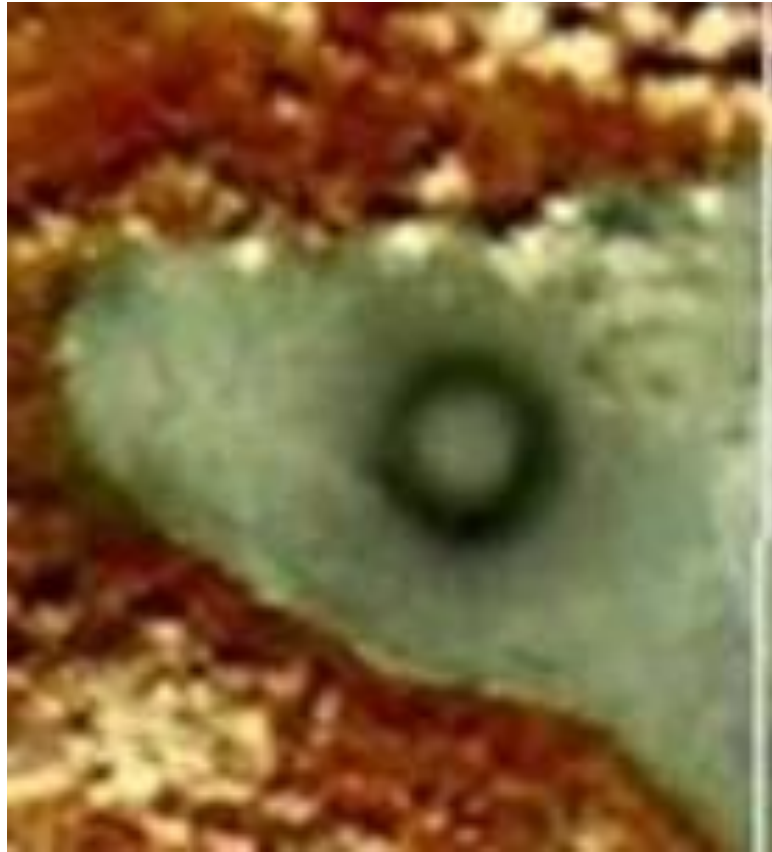
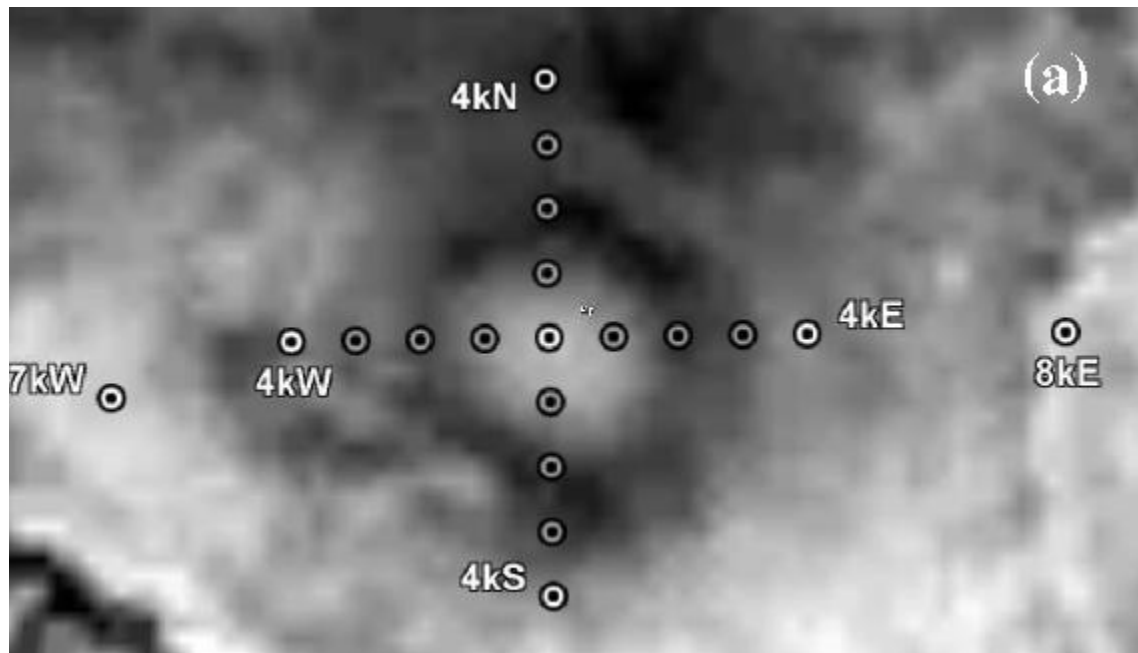
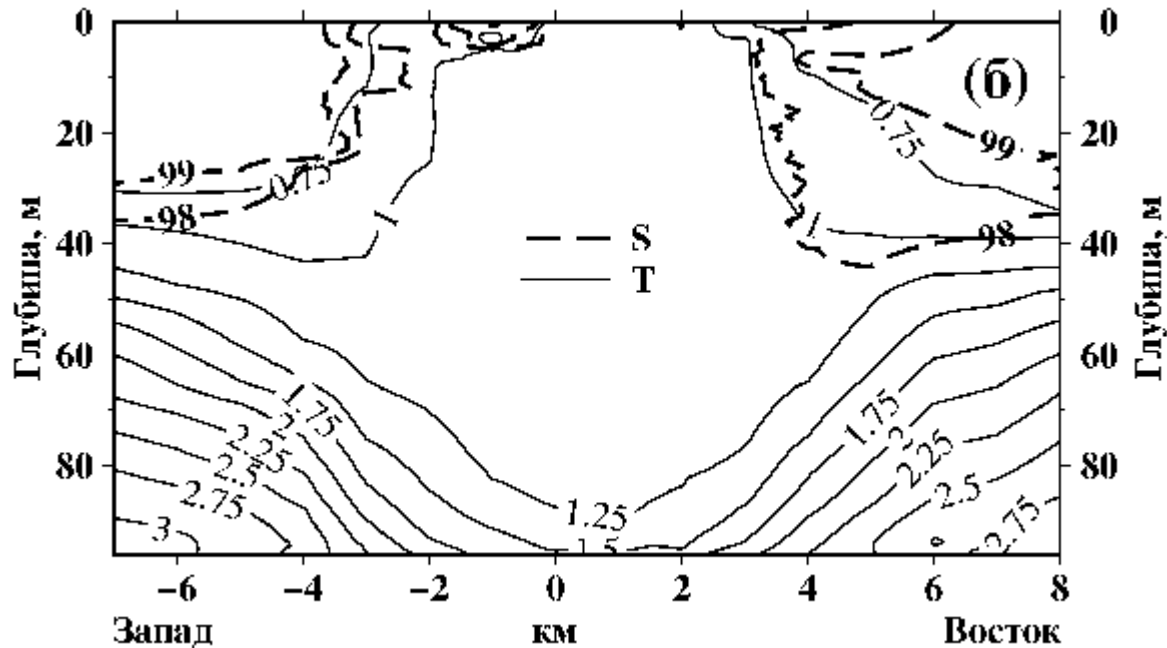


Схема наблюдений (ЛИН СО РАН)



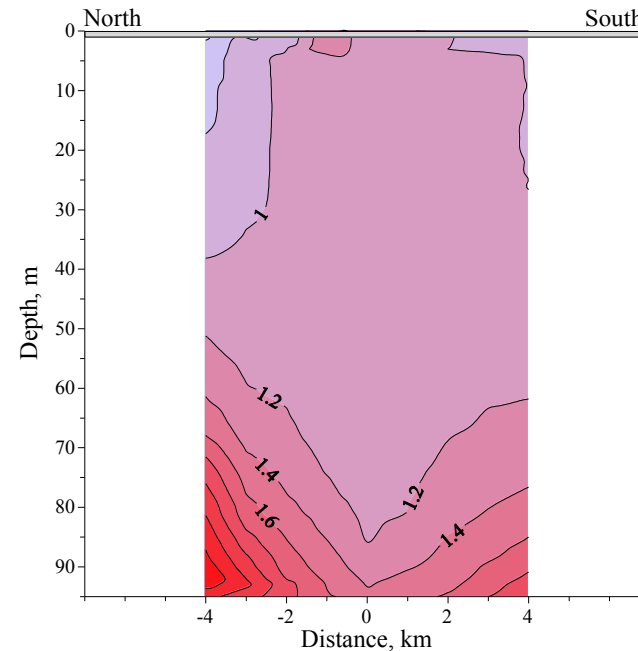
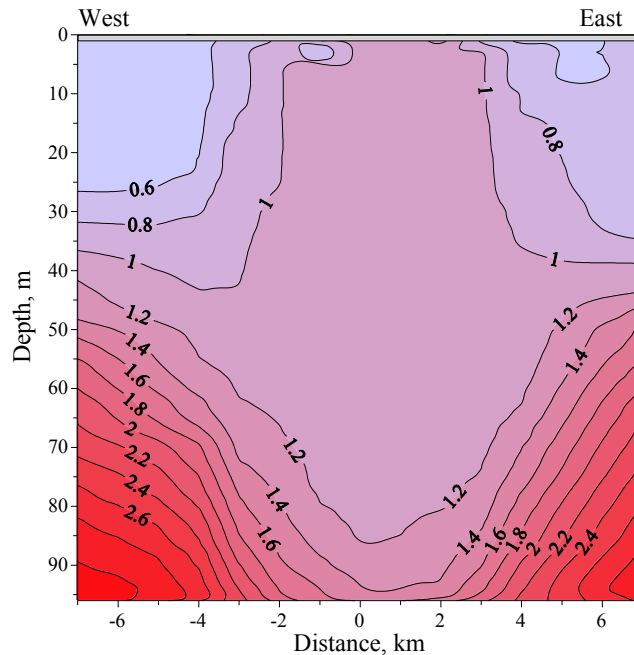
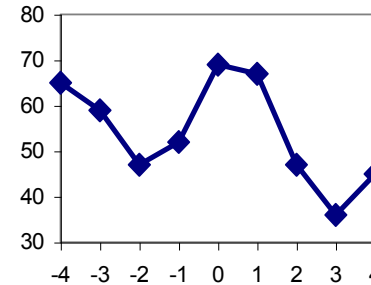
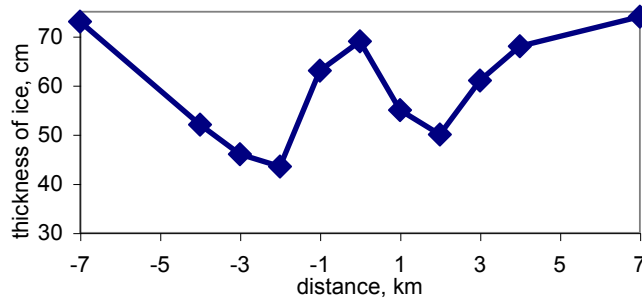
Спутниковый снимок 04.04.2009

Данные наблюдений (ЛИН СО РАН)



Температура ($T^{\circ}\text{C}$) и минерализация (S мг/кг)
на разрезе с запада на восток

Толщина льда и вертикальное распределение температуры на разрезах 7 апреля 2009 г.



Данные наблюдений ЛИН СО РАН

Система уравнений гидродинамики

$$\frac{du}{dt} - lv - kw = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + D(u)$$

$$\frac{dv}{dt} + lu = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + D(v)$$

$$\frac{dw}{dt} + ku = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + g + D(w)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0$$

$$\rho c_p \frac{dT}{dt} = D_T(T) + q_T$$

$$\rho = \rho(T, \bar{S}, p)$$

Краевые и начальные условия

На поверхности $z=0$:

$$\nu \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad \nu \frac{\partial v}{\partial z} = 0, \quad \nu \frac{\partial T}{\partial z} = -Q_T,$$

$$p = p_a, \quad w = 0$$

На дне $z=H(x,y)$:

$$u = 0, \quad v = 0, \quad w = 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial N} = 0$$

$$t = 0: \quad u = u^0, \quad v = v^0, \quad \psi = \psi^0$$

На боковых границах: $u = 0, v = 0, \frac{\partial T}{\partial N} = 0$

В местах впадения рек:

$$u = u_r, v = v_r, \frac{\partial T}{\partial N} = U_r (T - (T \rho)_r / \rho)$$

В истоке Ангары: $u = u_r, v = v_r, \frac{\partial \psi}{\partial N} = 0$

$$\frac{\partial}{\partial N} = \alpha_1 \cos(n, x) \frac{\partial}{\partial x} + \alpha_2 \cos(n, y) \frac{\partial}{\partial y} + \alpha_3 \cos(n, z) \frac{\partial}{\partial z}$$

Параметризация турбулентной диффузии

$$D(\psi) = \frac{\partial}{\partial x} \mu \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial \psi}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \mu_z \frac{\partial \psi}{\partial z}$$

$$\mu_z = \begin{cases} (ch)^2 f^{1/2} + \mu_0, & \text{if } f > 0 \\ \mu_0, & \text{if } f \leq 0 \end{cases}$$

$$f = \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 - \frac{g\alpha}{\rho_0} \left(\frac{\partial T}{\partial z} - \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_a \right)$$

$$\mu = \mu_h + cL^2 \left(2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right)^{1/2}$$

Вариационная методика усвоения с неопределенностями

$$I(\varphi, \varphi^*) = \int_{D_t} \left(\frac{\partial \varphi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + F(\varphi, \mathbf{x}, t) - r \right) \varphi^* dDdt = 0$$

$$I_m(\varphi, \varphi^*) = \int_{D_t} \left(\frac{\partial \varphi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} - r \right) \varphi^* dDdt = 0$$

$$\varphi_m = H(\varphi) + \varepsilon \quad \text{измерения}$$

Функционал качества

$$\Phi(\varphi) = \frac{1}{2} \int_{D_t} r^T W_1 r dDdt + \frac{1}{2} \int_{D_t} (\varphi_m - H(\varphi))^T \chi W_2 (\varphi_m - H(\varphi)) dDdt$$

$$\tilde{\Phi}(\varphi, \varphi^*, r, \varepsilon) = \Phi(\varphi) + I_m(\varphi, \varphi^*)$$

Вариационная методика усвоения с неопределенностями (2)

Вариация расширенного функционала

$$\begin{aligned} \delta\tilde{\Phi}(\varphi, \varphi^*, r, \varepsilon) = & \frac{1}{2} \int_{D_{t_j}} \delta\varphi^* \left((\varphi^j - \varphi^{j-1}) / \Delta t_j - r \right) dDdt_j + \\ & \int_{D_{t_j}} \delta r (W_1 r - \varphi^*) dDdt_j + \\ & \int_{D_{t_j}} \delta\varphi^j \left(\varphi^* - \left[\frac{\partial H(\varphi)}{\partial \varphi} \right]^T \chi W_2 (\varphi_m - H(\varphi)) \Big|_{\varphi=\tilde{\varphi}_j} \right) dDdt_j \end{aligned}$$

Вариационная методика усвоения с неопределенностями (3)

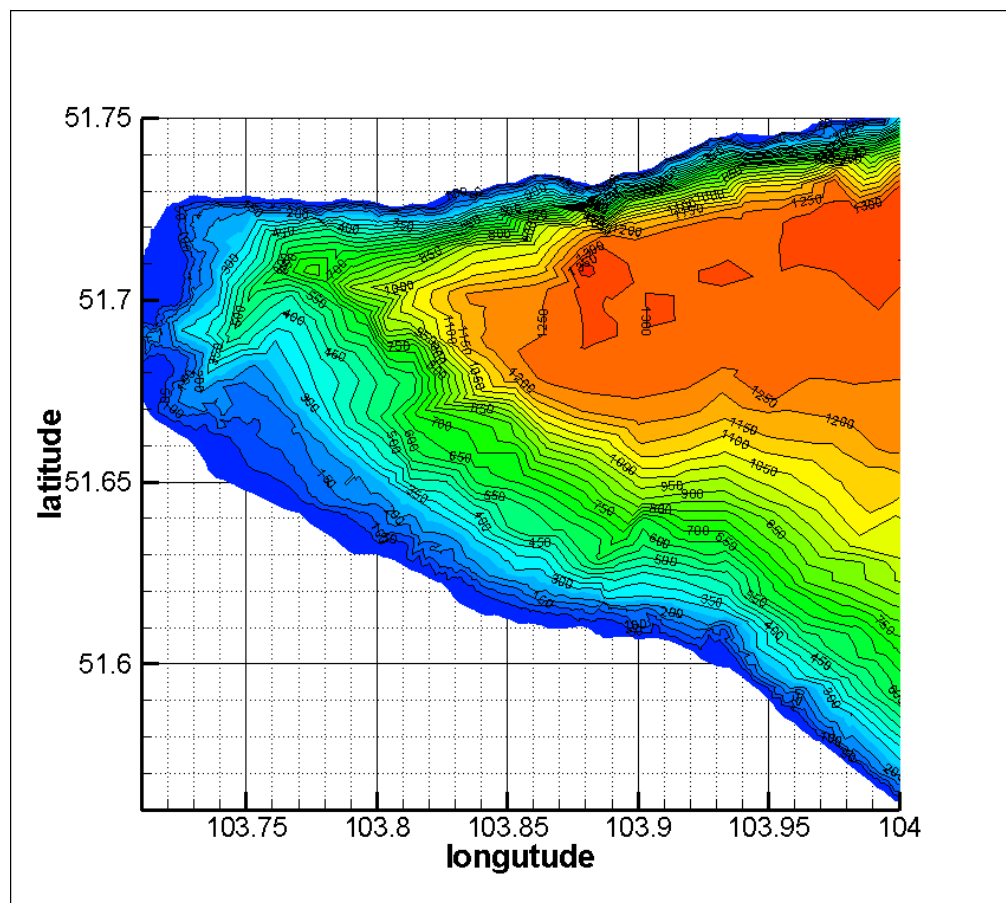
$$\frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial \varphi^*} = 0; \quad \varphi^j = \varphi^{j-1} + r \Delta t_j$$

$$\frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial \varphi^*} = 0; \quad r = W_1^{-1} \varphi^*$$

$$\frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial \varphi^*} = 0; \quad \varphi^* = \left[\frac{\partial H(\varphi)}{\partial \varphi} \right]^T \chi W_2 (\varphi_m - H(\varphi)) \Big|_{\varphi = \tilde{\varphi}_j}$$

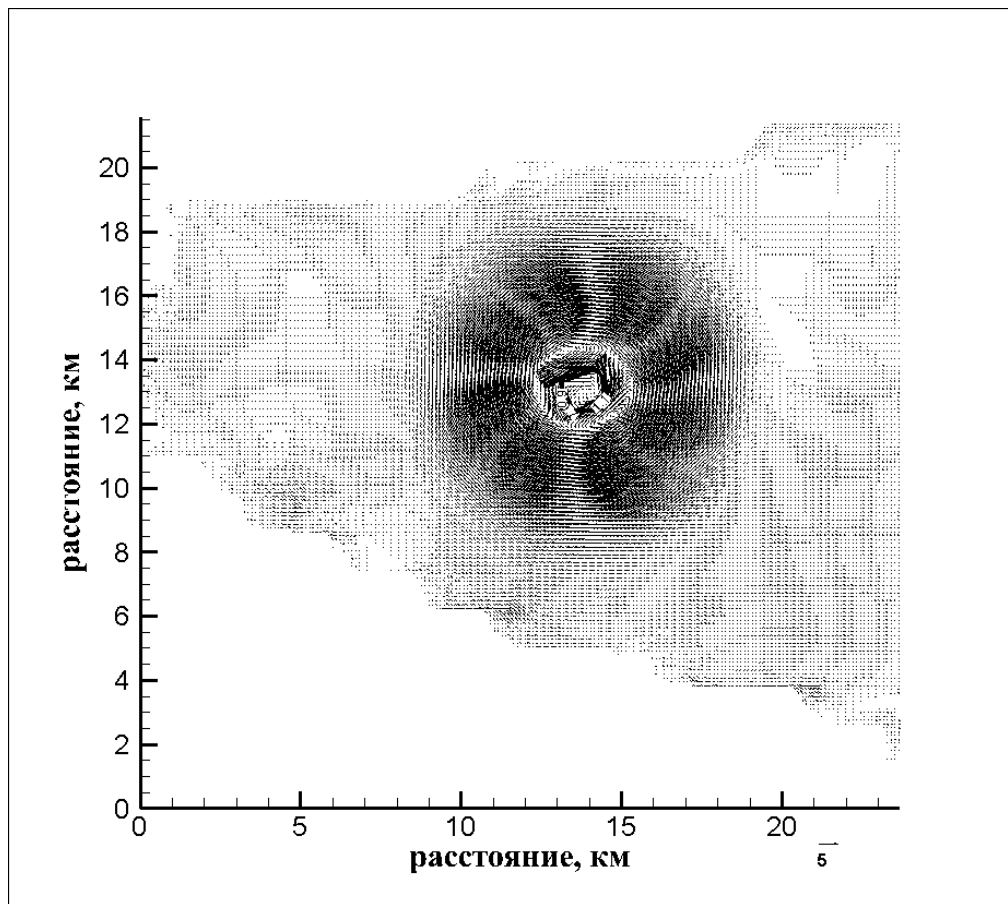
$$\varphi^j = \varphi^{j-1} + \Delta t_j W_1^{-1} \left[\frac{\partial H(\varphi)}{\partial \varphi} \right]^T \chi W_2 (\varphi_m - H(\varphi)) \Big|_{\varphi = \tilde{\varphi}_j}$$

Локальная область в Южном Байкале

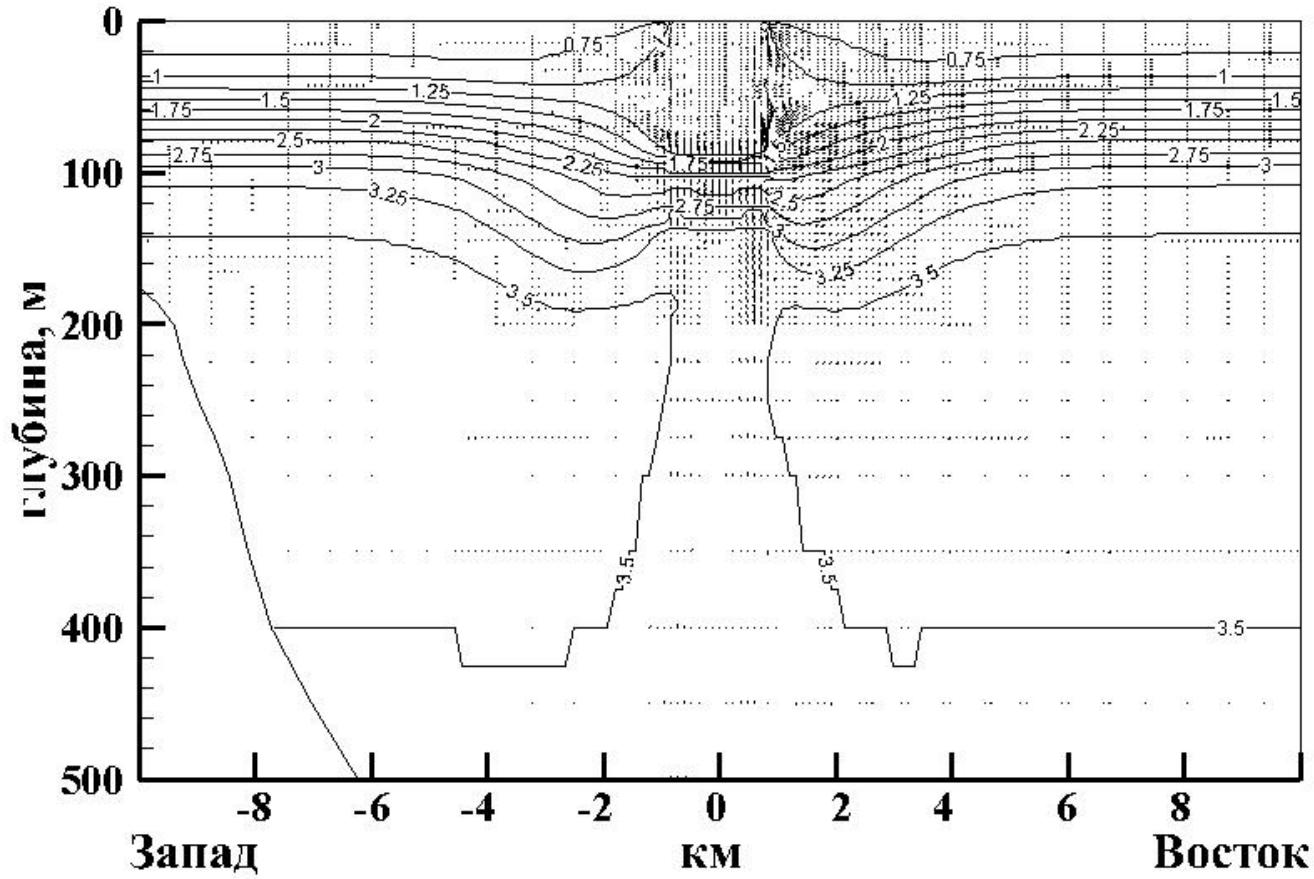


Рельеф дна

Схема течений

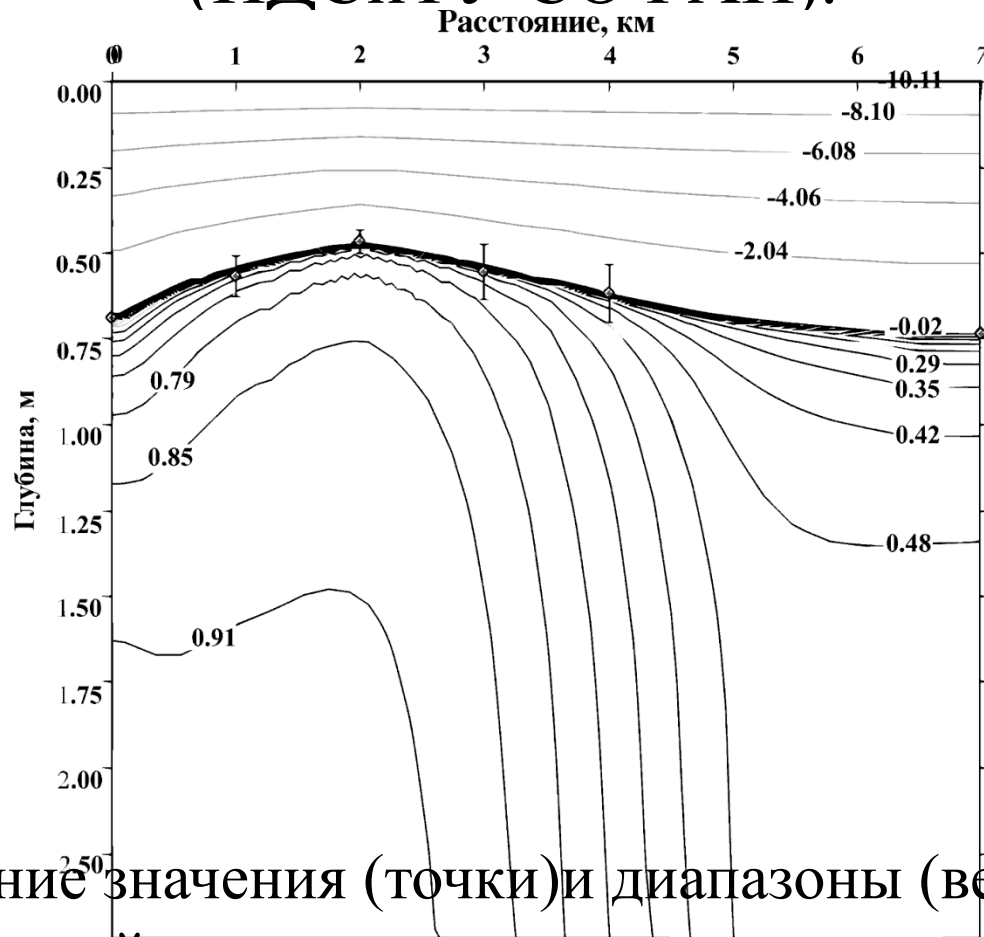


Вертикальный разрез



Фрагмент расчета по негидростатической модели

Результаты моделирования изменения толщины льда в рамках осесимметричной модели (ИДСиТУ СО РАН).



Изолиния температуры $-0,02^{\circ}\text{C}$ соответствует границе вода - лед.

Средние значения (точки) и диапазоны (верт. линии) изменений толщин льда по данным измерений на 4-х полуразрезах.

Бароклинный радиус деформации Россби

$$Ro = \sqrt{\left(g \frac{\Delta \rho}{\rho} \left(\frac{H_1 H_2}{H_1 + H_2} \right) \right)} / f$$

H_1 глубина залегания термоклина,

$H_1 + H_2$ глубина водоема,

f параметр Кориолиса,

$\Delta \rho$ разность плотностей воды верхнего и нижнего слоя.

Почему мы видим кольцо?

В «темной» кольцевой области толщина льда меньше по сравнению с окружением, и уровень воды в микротрещинах находится ближе к поверхности ледового покрова.

Заключение

Численные эксперименты позволили воспроизвести температурную стратификацию, систему подледных течений и потоки тепла, определяющие уменьшение толщины льда в зоне их интенсификации.

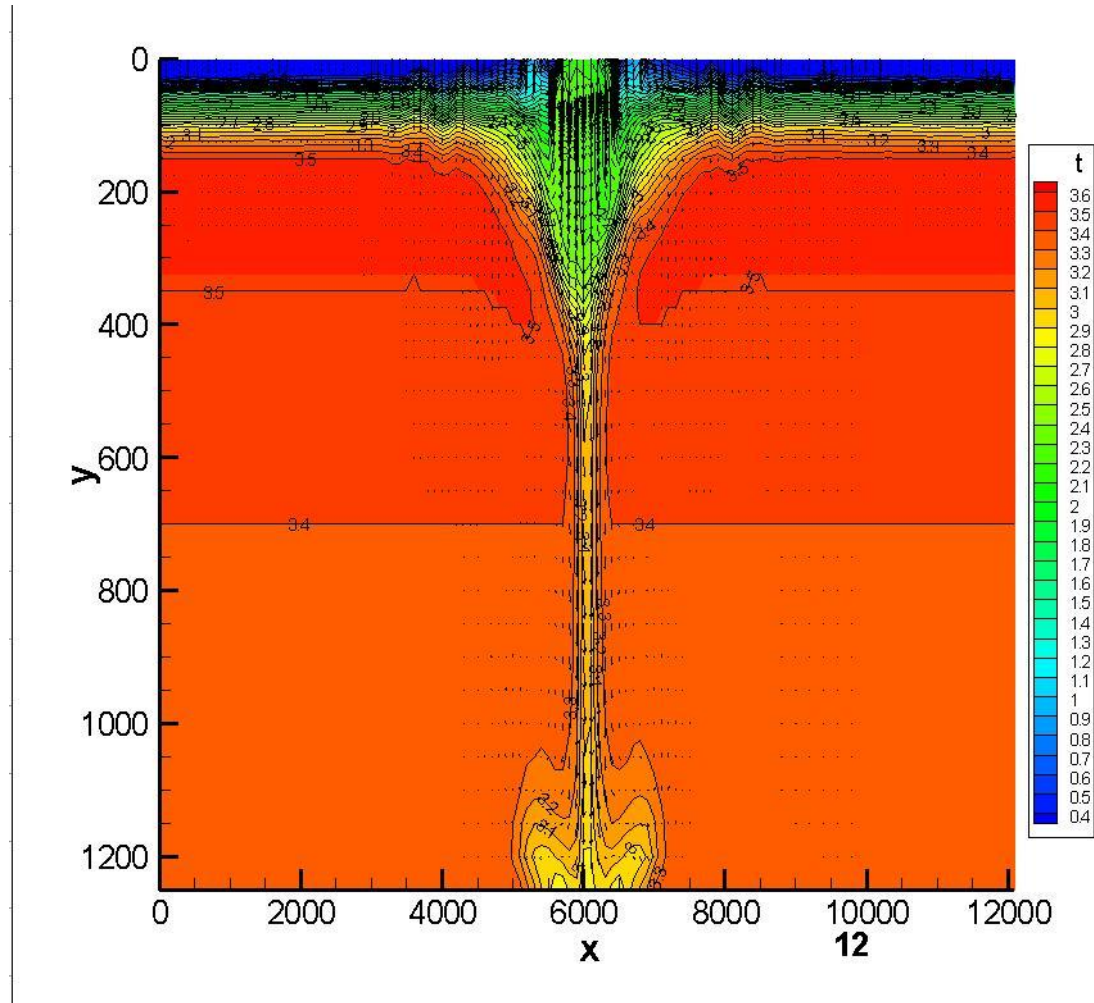
Разрушение ледового покрова в районе кольцевой структуры



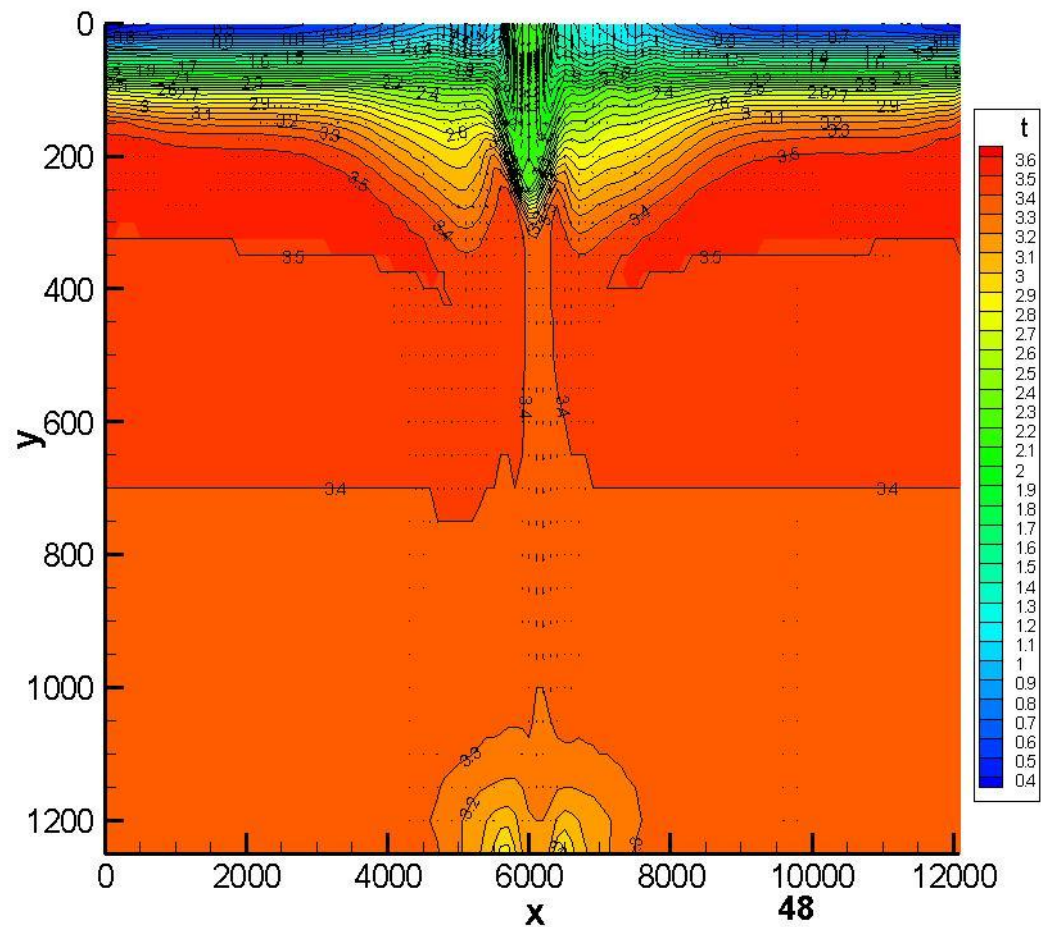
Работа выполняется по проекту
программы Президиума РАН 23.9.
В проекте участвуют сотрудники
СО РАН: ЛИН, ИГиЛ, ИВМиМГ,
ИДСТУ.

Спасибо за внимание!

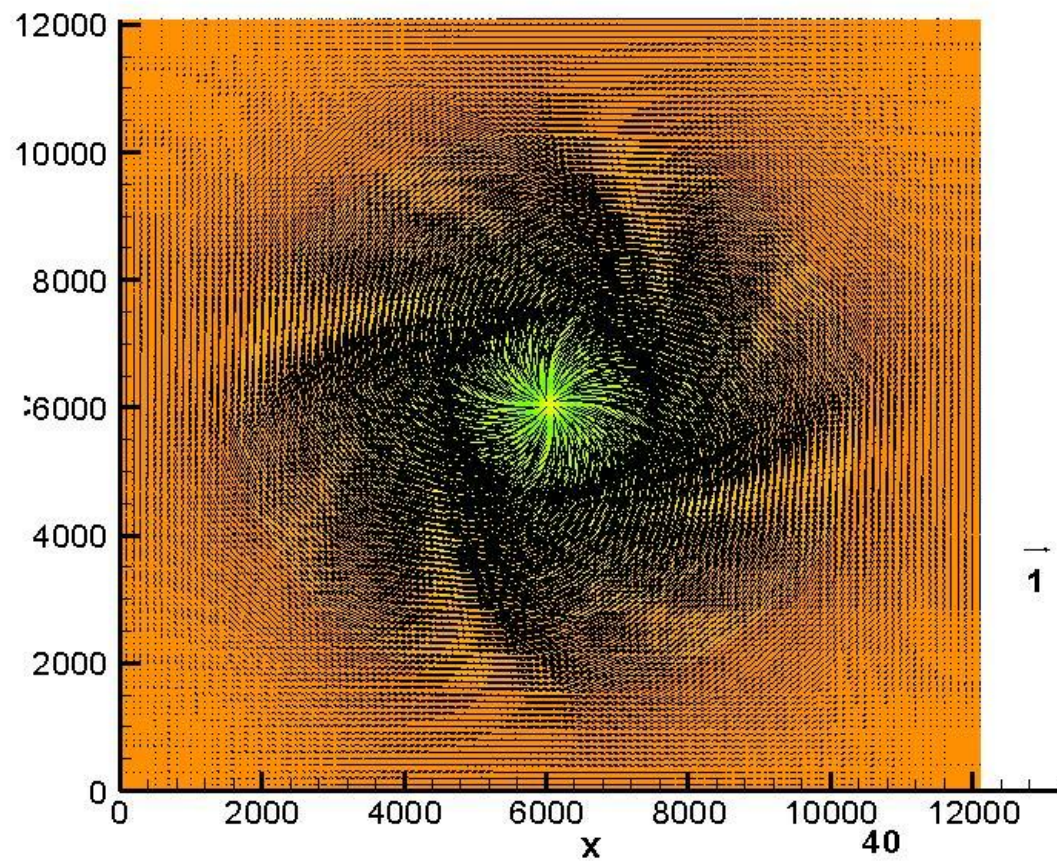
Всплытие газогидратов с учетом понижения температуры



Всплытие газогидратов с учетом понижения температуры

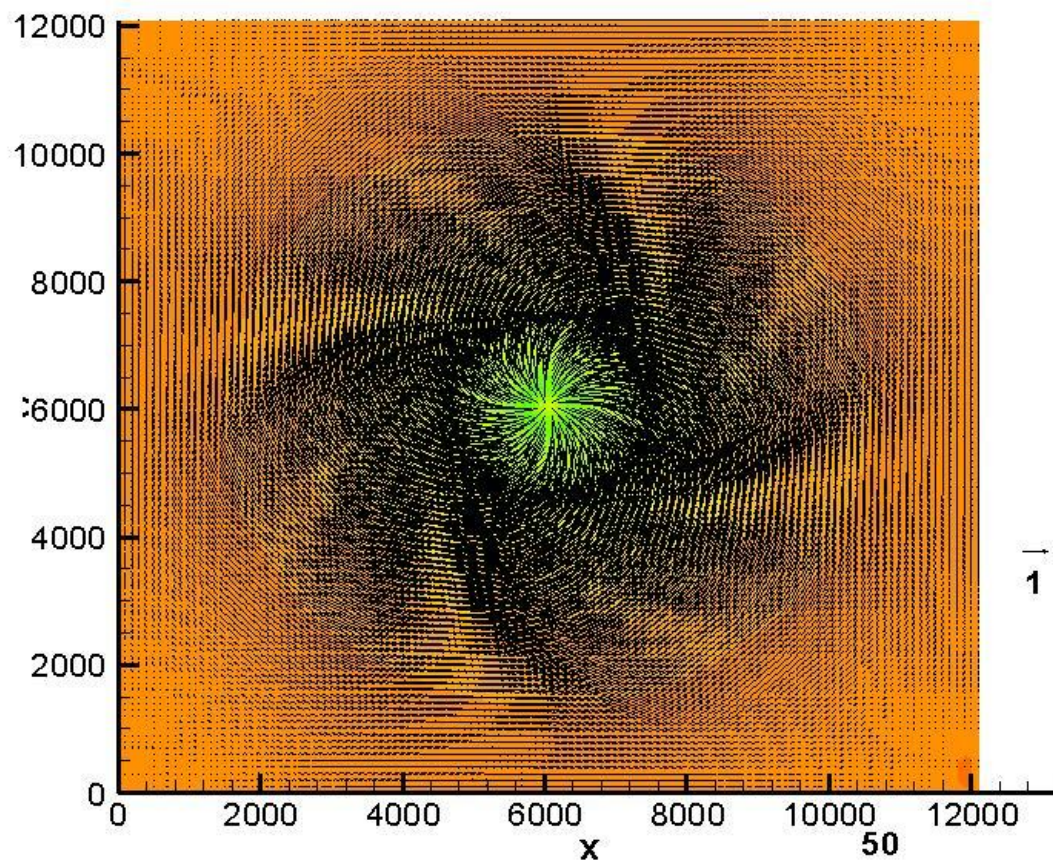


Течения на глубине 100 м



40 час, 100м

Течения на глубине 100 м



50 час, 100 м

Nudjung-методика усвоения данных

$$\frac{\partial \varphi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = F(\varphi, \mathbf{x}, t) + k_{nud} \sum_{i(obs)} W_i(\mathbf{x}, t) (\varphi_i^{obs} - \varphi(\mathbf{x}_i, t))$$

$F(\varphi, \mathbf{x}, t)$ уравнение без производной по времени

k_{nud} параметр усвоения

$W_i(\mathbf{x}, t)$ весовые функции