

# Численное исследование MPI/OpenMP реализации на основе асинхронной работы с потоками для трехмерной схемы расщепления в задачах теплопереноса

Воронин К.В., Калинин А.А.  
ИВМиМГ

XV Всероссийская Конференция–школа молодых исследователей "Современные  
проблемы математического моделирования"

Абрау–Дюрсо, 2013

# Содержание

- ▶ Постановка задачи
- ▶ Схема расщепления
- ▶ Распределение данных между процессами
- ▶ Результаты для чистой MPI реализации
- ▶ Результаты для MPI/OpenMP реализации
- ▶ Идея MPI/OpenMP реализации с «почтальонами»
- ▶ Результаты для MPI/OpenMP реализации с «почтальонами»
- ▶ Заключение

# Постановка задачи

$$\begin{cases} c_p \rho \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{w} + c_p \rho \mathbf{v} \cdot \nabla T = f \\ \mathbf{w} = -\nabla T \end{cases}$$

$$\begin{aligned} t &> 0 \\ \mathbf{x} &= (x, y, z) \in \Omega \\ \partial\Omega &= \Gamma_0 \cup \Gamma_1 \end{aligned}$$

Смешанный МКЭ

$$\begin{cases} T(0, \mathbf{x}) = T_0(\mathbf{x}) & \mathbf{x} \in \bar{\Omega} \\ T(t, \mathbf{x}) = g_0(t, \mathbf{x}) & t > 0, \mathbf{x} \in \Gamma_0 \\ \mathbf{w} \cdot \mathbf{n}(t, \mathbf{x}) = g_1(t, \mathbf{x}) & t > 0, \mathbf{x} \in \Gamma_1 \end{cases}$$

$$\bar{\Omega} = \bigcup_{i,j,k} K_{i,j,k}$$

$$T_h = \sum_{i,j,k} T_{i,j,k} \chi_{i,j,k}$$

$$\mathbf{w}_h \in \mathbf{RT}_{[0]}$$

$$\begin{cases} M \frac{dT_h}{dt} + \mathbf{B}^T \mathbf{w}_h + \mathbf{C} \mathbf{w}_h = f_h \\ \mathbf{A} \mathbf{w}_h = \mathbf{B} T_h + \mathbf{g}_h \\ T_h(0) = T^0 \end{cases}$$

- закон сохранения энергии
- закон Фурье

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} C_x & C_y & C_z \end{pmatrix} \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} A_x & 0 & 0 \\ 0 & A_y & 0 \\ 0 & 0 & A_z \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} \quad \mathbf{w}_h = \begin{pmatrix} w_x \\ w_y \\ w_z \end{pmatrix}$$

# Схема расщепления

Схема расщепления:

$$A_y \frac{w_y^{n+1/2} - w_y^n}{\tau} + B_y B_x^T w_x^n + B_y B_y^T w_y^n + B_y B_z^T w_z^n = B_y f^n$$

$$A_z \frac{w_z^{n+1/2} - w_z^n}{\tau} + B_z B_x^T w_x^n + B_z B_y^T w_y^n + B_z B_z^T w_z^n = B_z f^n$$

$$A_x \frac{w_x^{n+1} - w_x^n}{\tau} + B_x B_x^T \frac{w_x^{n+1} + w_x^n}{2} + B_x B_y^T \frac{w_y^{n+1/2} + w_y^n}{2} + B_x B_z^T \frac{w_z^{n+1/2} + w_z^n}{2} = B_x \frac{f^{n+1} + f^n}{2}$$

$$A_y \frac{w_y^{n+1} - w_y^n}{\tau} + B_y B_x^T \frac{w_x^{n+1} - w_x^n}{2} + B_y B_y^T \frac{w_y^{n+1} - w_y^n}{2} + B_y B_z^T \frac{w_z^{n+1/2} - w_z^n}{2} = B_y \frac{f^{n+1} - f^n}{2}$$

$$A_z \frac{w_z^{n+1} - w_z^n}{\tau} + B_z B_x^T \frac{w_x^{n+1} - w_x^n}{2} + B_z B_y^T \frac{w_y^{n+1} - w_y^n}{2} + B_z B_z^T \frac{w_z^{n+1} - w_z^n}{2} = B_z \frac{f^{n+1} - f^n}{2}$$

$$M \frac{T^{n+1} - T^n}{\tau} + B_x^T \frac{w_x^{n+1} + w_x^n}{2} + B_y^T \frac{w_y^{n+1} + w_y^n}{2} + B_z^T \frac{w_z^{n+1} + w_z^n}{2} = \frac{f^{n+1} + f^n}{2}$$

Матрицы, которые надо обращать:

$$A_y$$

$$A_z$$

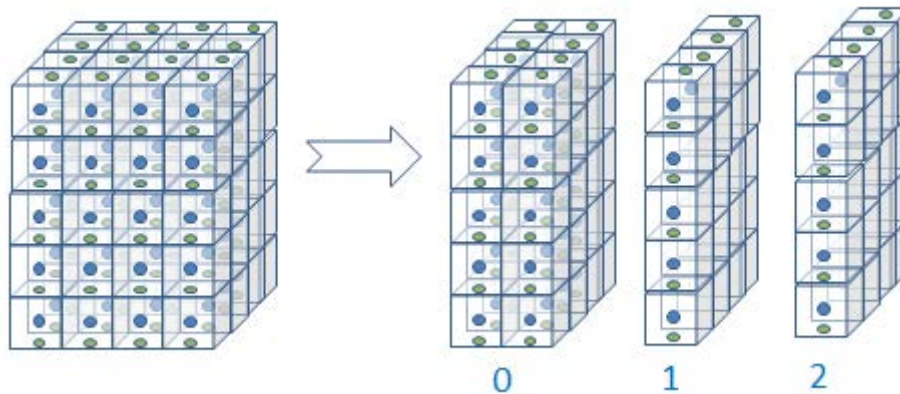
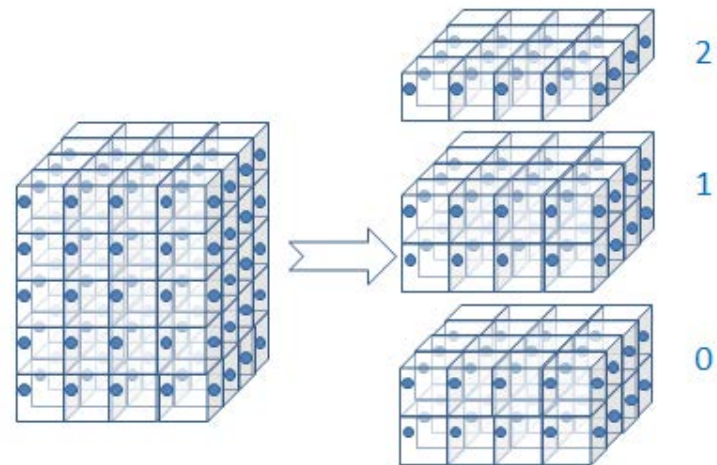
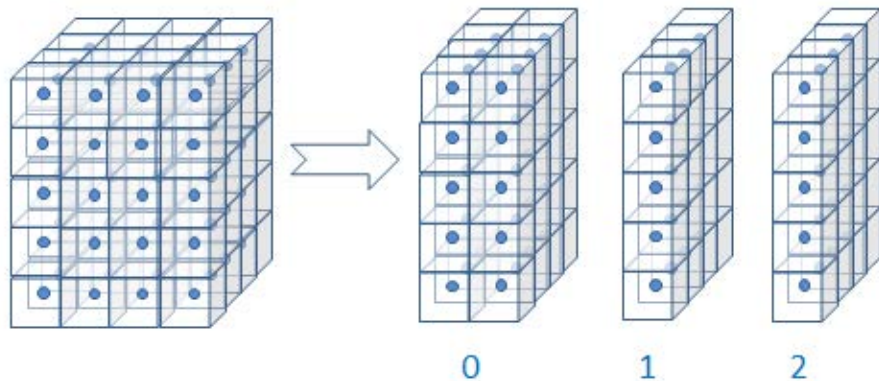
$$A_x + \frac{\tau}{2} B_x B_x^T$$

$$A_y + \frac{\tau}{2} B_y B_y^T$$

$$A_z + \frac{\tau}{2} B_z B_z^T$$

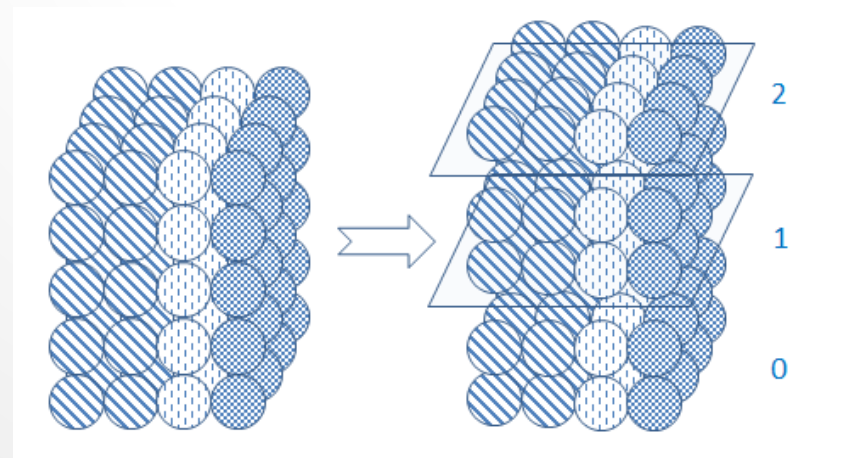
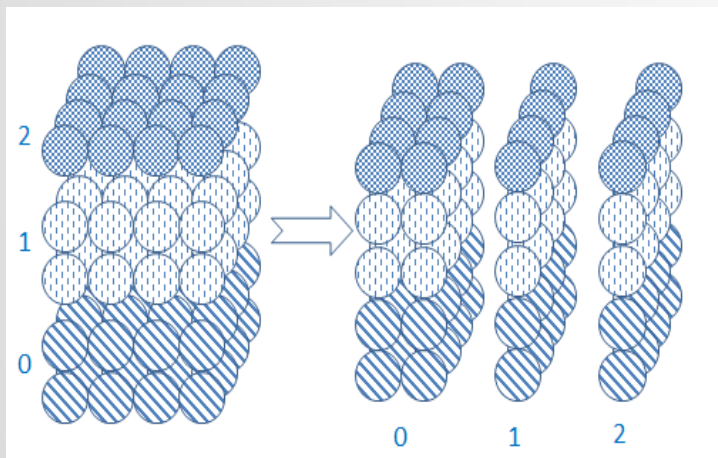
– всё сводится к независимым трехточечным прогонкам

# Распределение данных по процессам



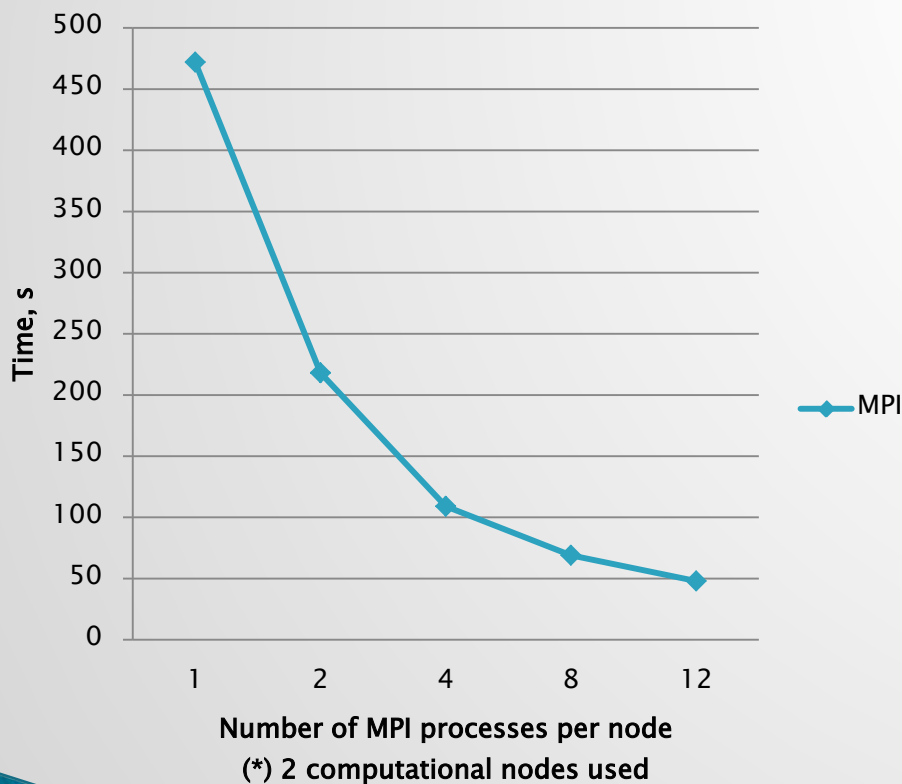
# Обмены данными

- ▶ 3 MPI\_Alltoallv на каждом шаге по времени

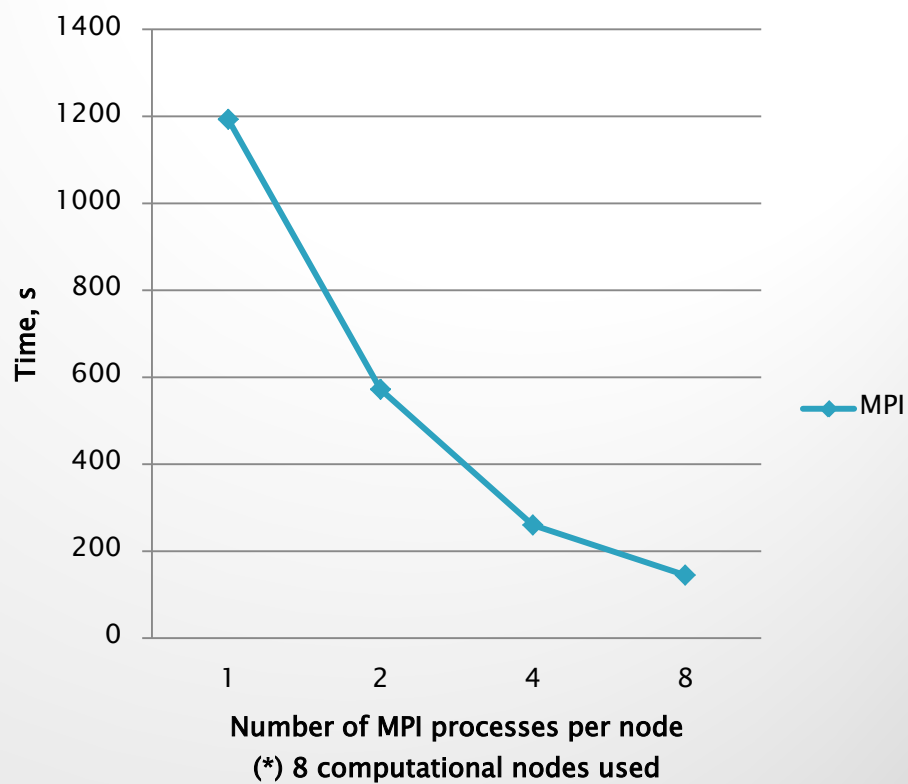


# Результаты для MPI реализации

MPI,  
384x384x384

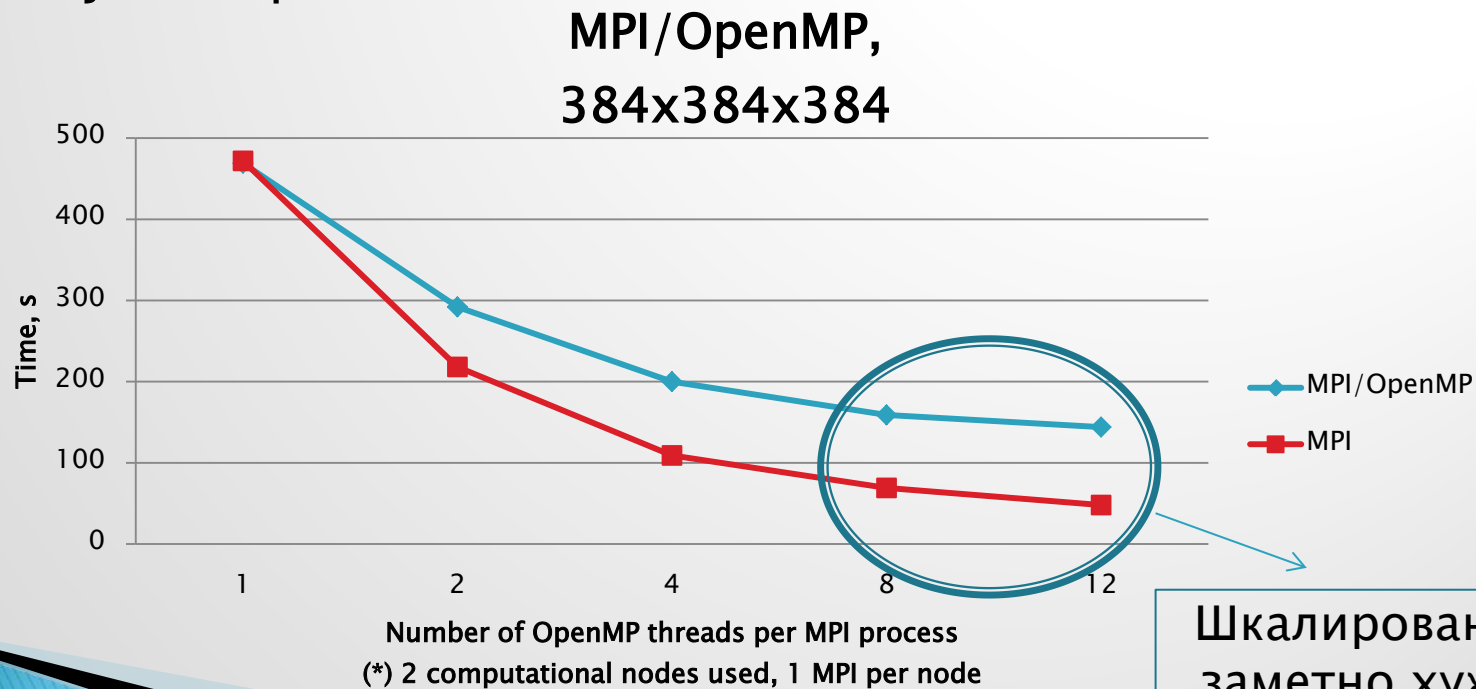


MPI,  
786x786x786



# Результаты для MPI/OpenMP реализации с директивами

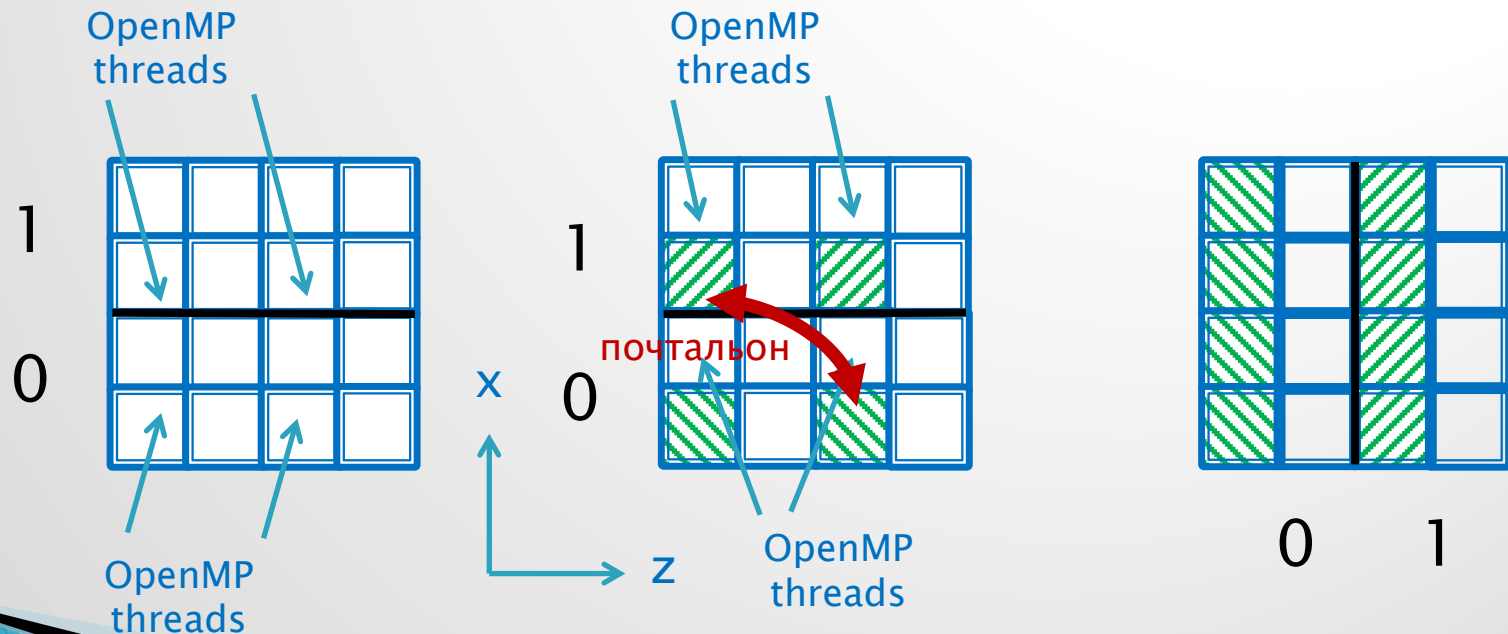
- ▶ между узлами – MPI, внутри узла – OpenMP.
- ▶ «прямолинейное» распараллеливание на общей памяти через #pragma omp директивы
- ▶ OpenMP потоки простаивают во время обменов данными между MPI процессами





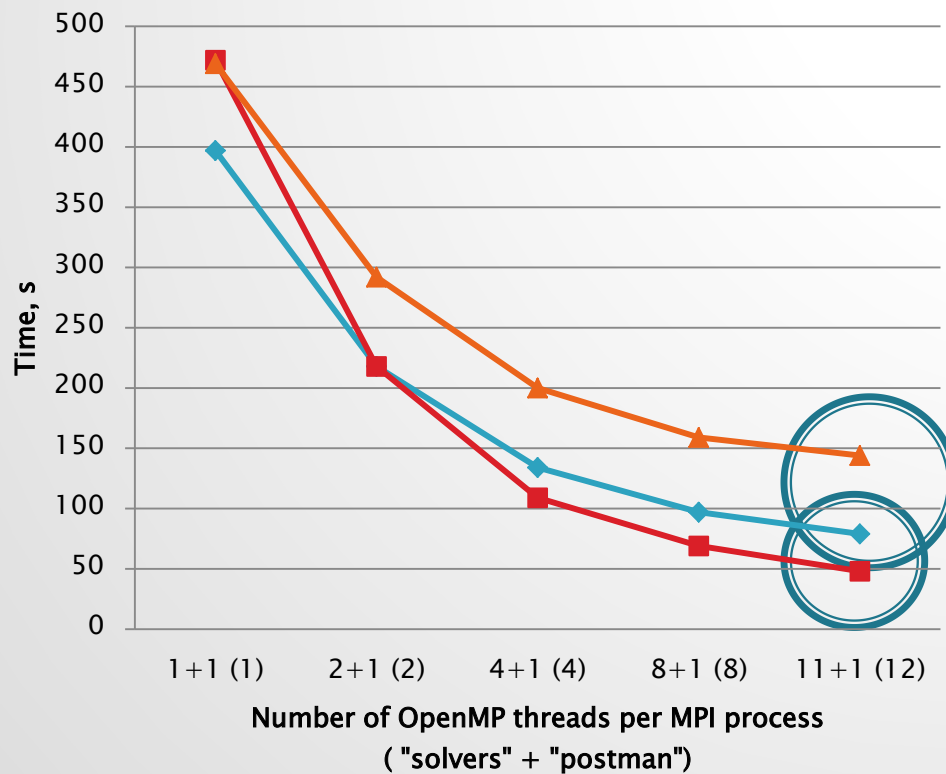
# МРІ/ОpenMP реализация с «почтальонами»

- ▶ часть программных циклов разделяется на циклы меньшего размера
- ▶ вычисления выполняются одновременно с пересылками



# Результаты для MPI/OpenMP реализации с «почтальонами»

MPI/OpenMP with "postmen",  
384x384x384



- ◆ MPI/OpenMP with "postmen"
- MPI
- ▲ MPI/OpenMP

«наложение» вычислений и пересылок дало существенное улучшение,...

но недостаточное!

(\*) 2 computational nodes used, 1 MPI per node

# Заключение

Реализация	total_time	time_righthand	time_transfer	time_solve
MPI	48	30	10	8
MPI/OpenMP	144	31	92	11
MPI/OpenMP with «postmans»	79	34	60	15

- ▶ Гибридная MPI/OpenMP реализация с «почтальонами» позволяет существенно повысить производительность MPI/OpenMP кода.
- ▶ Тем не менее, для рассматриваемого класса схем при сравнении с гибридными MPI/OpenMP реализациями без выделения локальных массивов для каждого потока лучше работает MPI реализация.

Спасибо за внимание!  
Q & A

# Васкир: Заключение

Implementation	total_time	time_righthand	time_transfer	time_solve
MPI	48	30	10	8
MPI/OpenMP	144	31	92	11
MPI/OpenMP with «postmen»	79	34	60	15

- ▶ Гибридная MPI/OpenMP реализация с «почтальонами» позволяет существенно повысить производительность MPI/OpenMP кода.
- ▶ Тем не менее, для рассматриваемого класса схем при сравнении с гибридными MPI/OpenMP реализациями без выделения локальных массивов для каждого потока лучше работает MPI реализация.

# Васкир: Список литературы

- ▶ Igor Mitin, Alexander Kalinkin, Yuri M. Laevsky: A parallel iterative solver for positive-definite systems with hybrid MPI-OpenMP parallelization for multi-core clusters. J. Comput. Science, 2012, v.6(3), pp. 463-468.
- ▶ Кандрюкова Т.А. О численном моделировании задачи фильтрационного горения газа на компьютерах с общей памятью. Труды конференции молодых ученых ИВМиМГ СО РАН - 2012, <http://parbz.sccc.ru/fcp/kmu2012/Kandryukova.pdf>.
- ▶ Rolf Rabenseifner, Georg Hager, and Gabriele Jost. 2009. Hybrid MPI/OpenMP Parallel Programming on Clusters of Multi-Core SMP Nodes. In Proceedings of the 2009 17th EuroMicro International Conference on Parallel, Distributed and Network-based Processing (PDP '09).
- ▶ K.V. Voronin, Yu.M. Laevsky. On splitting schemes in the mixed finite element method. Numerical Analysis and Applications, 2012, v.5(2), pp. 150-155.
- ▶ K.V. Voronin, Yu.M. Laevsky. Splitting schemes in the mixed finite-element method for the solution of heat transfer problems. Mathematical Models and Computer Simulations, 2013, v.5(2), pp. 167-174.
- ▶ V.A. Vernikovskiy, A.E. Vernikovskiy, O.P. Polyanskii, Yu.M. Laevskiy, N.Yu. Matushkin, K.V. Voronin. A tectonormal model for the formation of an orogen at the post-collisional stage (by the example of the Yenisei Ridge, Eastern Siberia). Russian geology and geophysics, 2011, v.52, pp. 24-39.
- ▶ A.E. Vernikovskaya, V.M. Datsenko, V.A. Vernikovskiy, N.Yu. Matushkin, Yu.M. Laevskiy, I.V. Romanova, A.V. Travin, K.V. Voronin, E.N. Lepekhina. Magmatism Evolution and Carbonatite-Granite Association in the Neoproterozoic Active Continental Margin of the Siberian Craton: Thermochronological Reconstructions. Doklady Earth Sciences, 2013, v.448(2), pp 161-167.

# Васкир: Зависимость времени для MPI/OpenMP реализации с «почтальонами» от параметров

- `chunk_size` – размер блока для обработки за один шаг внутреннего цикла при выполнении прогонок
- `shedule_chunk_size` – размер блока для обработки за один шаг внутреннего цикла при сборке правой части

Суммарное время выполнения прогонок по одному направлению для сетки 384x384x384 при использовании 2 MPI процессов с 12 потоками на каждом из них (11 потоков–«решателей» + 1 поток–«почтальон»).

	schedule_chunk_size	1	2	4	8
chunk_size					
8		4.30	4.59	4.48	4.47*
12		4.08	4.7	4.54	4.5
24		5.64	5.39	6.01	5.86

- выбор оптимального размера кусочков не так очевиден.
- максимальная разница при использовании различных значений размера блоков (`chunk_size`) и (`shedule_chunk_size`) может достигать 32%.

# Васкуп: Trash

## MPI/OpenMP реализация с «почтальонами»

