



РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
Институт проблем безопасного развития атомной энергетики
RUSSIAN ACADEMY OF SCIENCES
Nuclear Safety Institute



Прямое численное моделирование пристенной турбулентности в плоском канале до $Re_m = 21900$

Докладчик:

м.н.с. Асфандияров Д.Г.

Научный руководитель:

д.ф.-м.н., проф. В.М. Головизнин

Изучение турбулентных течений в плоском канале

Эксперименты по турбулентному течению в канале проводятся с 1951 года (Laufer)

- *Patel and Head (1969)*: Зависимость коэффициента сопротивления от числа Рейнольдса, профиль скорости, $Re = 1000-10000$
- *Eckelmann (1974)*: изучение турбулентных структур вблизи стенки, $Re = 2800-4100$
- *Hussain & Reynolds (1975)*: детальная статистика в очень длинном канале, $Re = 13800-33300$
- *Johansson & Alfredsson (1982)* детальная статистика турбулентного течения, $Re = 6900-24450$
- *Zanoun, Durst & Nagib (2003)*: $Re_{\tau} \approx 200000$
- *M. P. Schultz and K. A. Flack (2013)*: до $Re = 300000$, коэффициент сопротивления, профили скорости, компоненты рейнольдсовкого тензора, сравнение с DNS расчетами.

Изучение турбулентных течений в плоском канале

Расчеты турбулентных течений в плоском канале

- *Deardorff* (1970): расчет методом моделирования крупных вихрей (LES), 6720 узлов сетки
- *Schumann* (1973, 1975) LES, 65536 узлов сетки
- *Deardorff* и *Schumann* - в своих расчетах методом моделирования крупных вихрей моделируют пограничный слой
- *Moin & Kim* (1982): LES без изменения граничных условий, 516096 узлов сетки для $Re=13800$ ($Re_{\tau}=640$)
- *Kim, Moin & Moser* (1987): Прямое численное моделирование (DNS), 3962880 узлов сетки, $Re_{\tau} = 180$ ($Re = 5600$)
- *Moser, Kim & Mansour* (1999): Прямое численное моделирование $Re_{\tau} = 180, 395, 590$
- *Kawamura et al.*, 1998, *Abe et al.*, 2004, $Re_{\tau} = 180-1020$
- *Iwamoto et al.* (2002), $Re_{\tau} = 110-650$
- *del Alamo & Jimenez* (2004): DNS, $Re_{\tau}=934$
- *Hoyas & Jimenez* (2006): DNS, $Re_{\tau}=2003$ ($Re \approx 85000$), $\approx 1.8 \times 10^{10}$ узлов сетки (6144 x 633 x 4608). Расчет занял 6×10^6 процессоро-часов на 2048 процессорах
- *J. Jimenez* (2013): DNS, $Re_{\tau}=4000$ ($Re \approx 170000$)
- Сборник обзорных статей по теме: “Ten chapters in turbulence”. Cambridge U. Press (2013)

Рассматривается случай несжимаемой жидкости без учета объемных сил

$$\operatorname{div} \vec{u} = 0$$

$$\rho \left(\frac{\partial u_k}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial P}{\partial x_k} + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right)$$

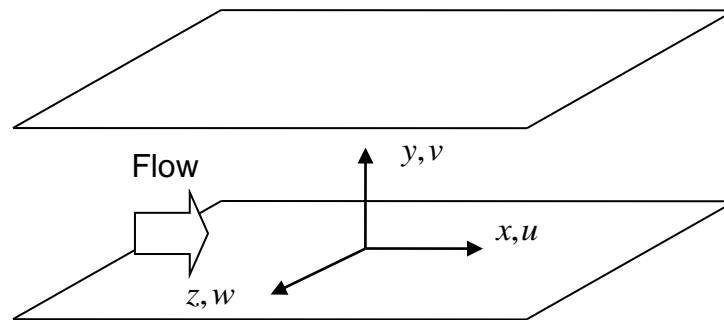
Используется вычислительный алгоритм на основе явной аппроксимации конвективных потоков по схеме КАБАРЕ и решении двух сеточных уравнений эллиптического типа для обеспечения условия несжимаемости. Для решения этих уравнений большой размерности используется быстрый прямой метод, допускающий эффективное распараллеливание.*

В отличие от большинства методов, в том числе и спектральных, в схеме Кабаре отсутствуют какие-либо настроечные параметры. Схема имеет компактный шаблон, что упрощает задачу граничных условий и повышает эффективность распараллеливания при расчете на многопроцессорных вычислительных комплексах.

*Асфандияров Д.Г., Головизнин В.М., Финогенов С.А. Беспараметрический метод расчета турбулентного течения в плоском канале в широком диапазоне чисел Рейнольдса. Журнал вычислительной математики и математической физики, 2015, том 55, № 9, с. 1545-1558

Постановка задачи

1. Моделируется течение между двумя плоскими бесконечными пластинами для получения осредненных характеристик пристенного турбулентного течения.
2. Направление течения вдоль оси X , вдоль этого направления каждый шаг по времени проводится корректировка расхода. По направлениям X, Z заданы периодические условия на скорость и давление
3. На верхней и нижней горизонтальной плоскости задаются условия прилипания
4. Расчет проводится при трех числах Рейнольдса $Re_m = 5600, 13760, 21900$, чтобы сравниться с DNS расчетами Moser/Kim/Moin (1999)
5. Сетка ортогональная, используется сгущение сетки вблизи стенок для учета особенностей течения в пограничном слое. Размеры области - $4\pi\delta \times 2\delta \times 2\pi\delta$ (δ – полувысота канала) для $Re_m = 5600$, и $2\pi\delta \times 2\delta \times \pi\delta$ для $Re_m = 13760, 21900$



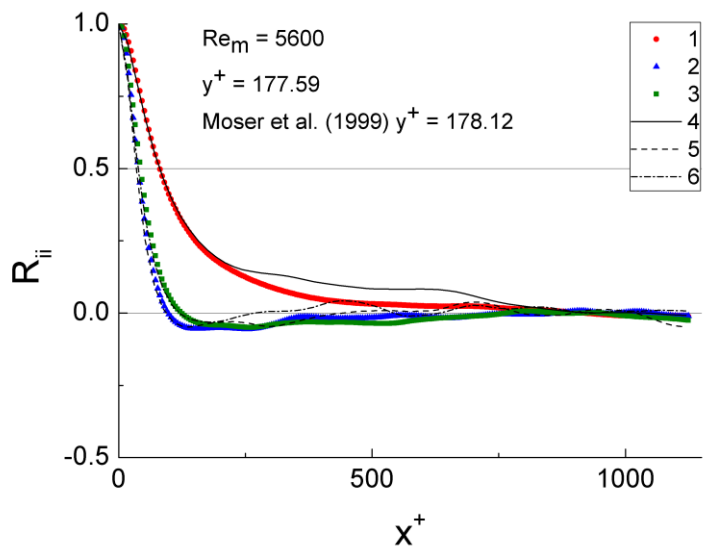
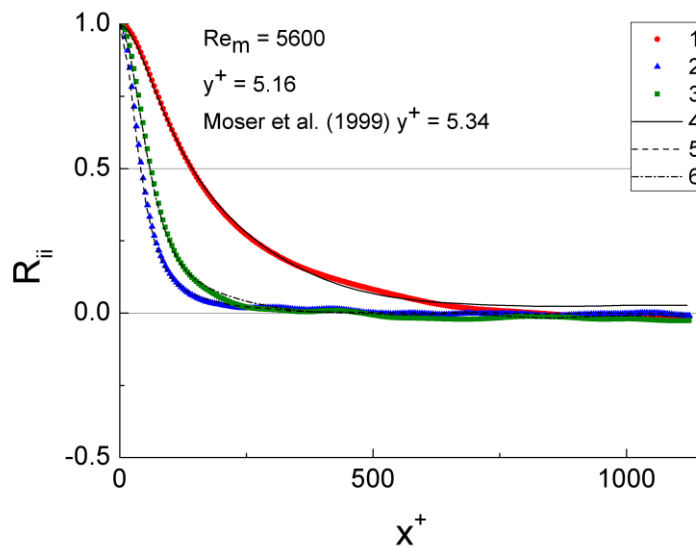
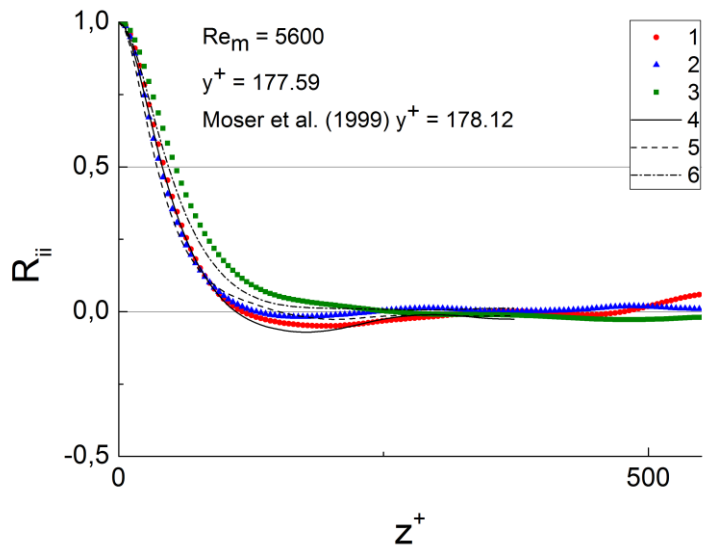
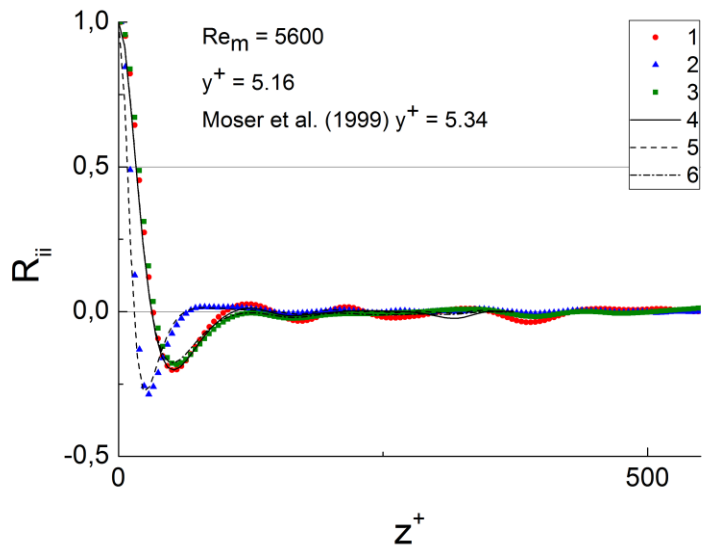
$$Re_m = \frac{u_m 2\delta}{\nu}$$

Обоснование размеров области в периодическом направлении.
Построение функций двухточечной корреляции*

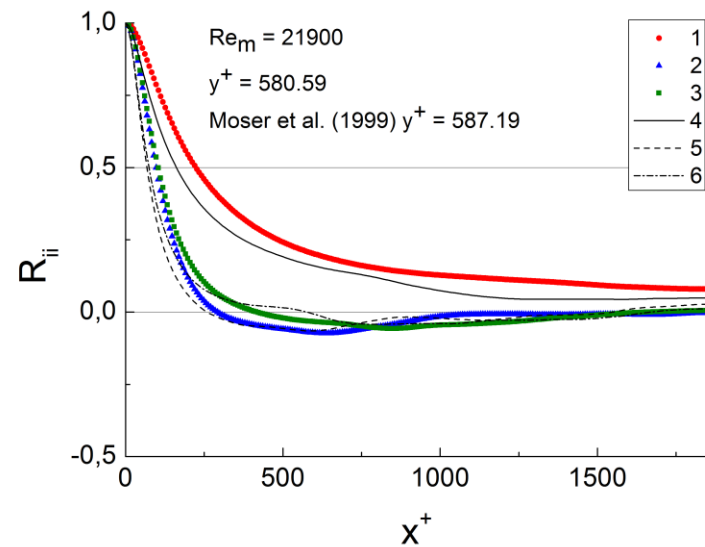
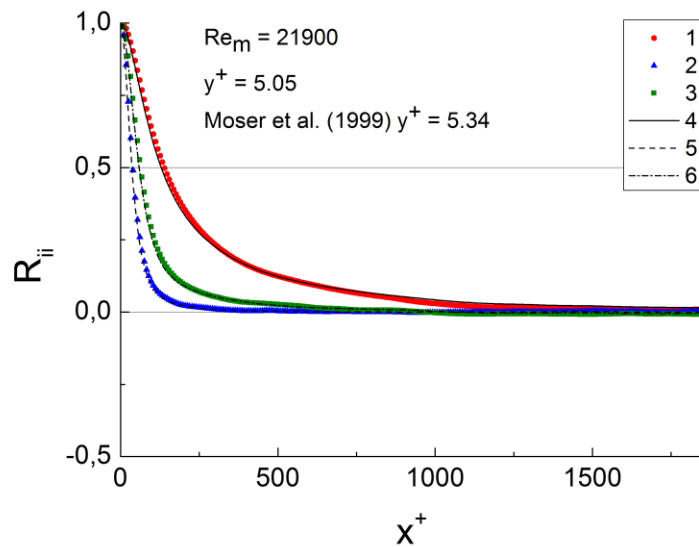
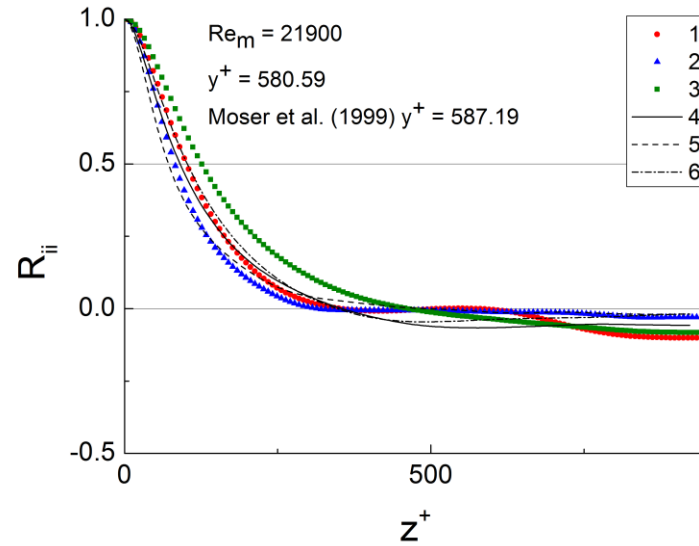
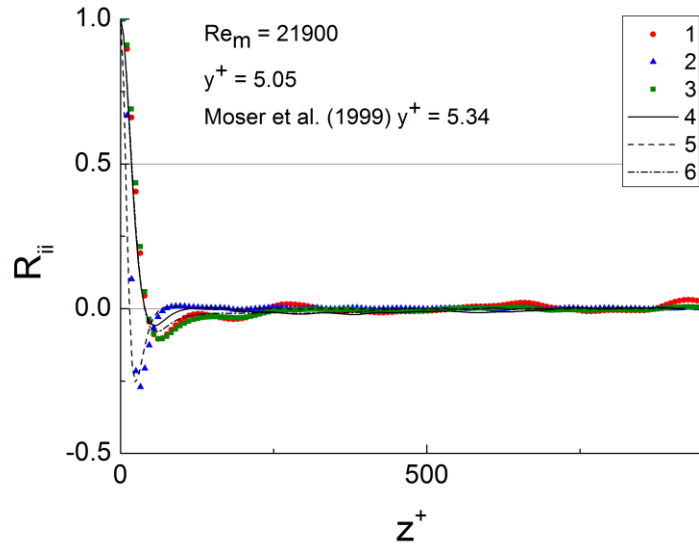
$$R_{ij}^x(\Delta x, y) = \frac{\langle u'_i(t, x, y, z)u'_j(t, x + \Delta x, y, z) \rangle_{t,z}}{\langle u'_i u'_j \rangle};$$
$$R_{ij}^z(\Delta z, y) = \frac{\langle u'_i(t, x, y, z)u'_j(t, x, y, z + \Delta z) \rangle_{t,x}}{\langle u'_i u'_j \rangle}$$

*Kim J., Moin P., Moser R. D. Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number // J. Fluid Mech. 1987. Vol. 177. P. 133-166.

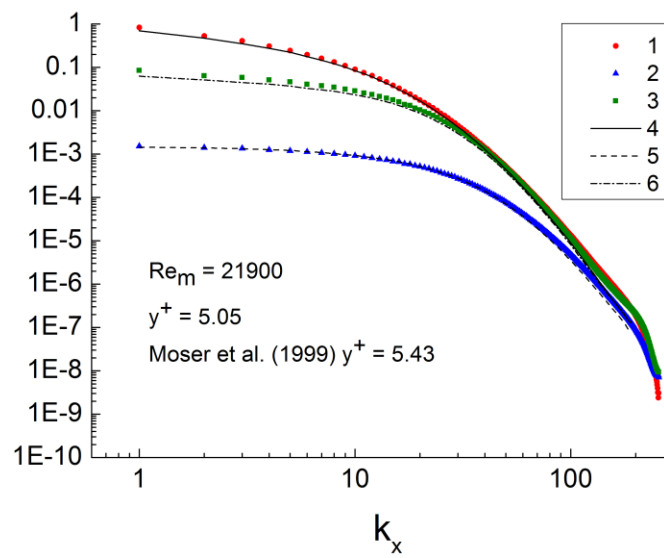
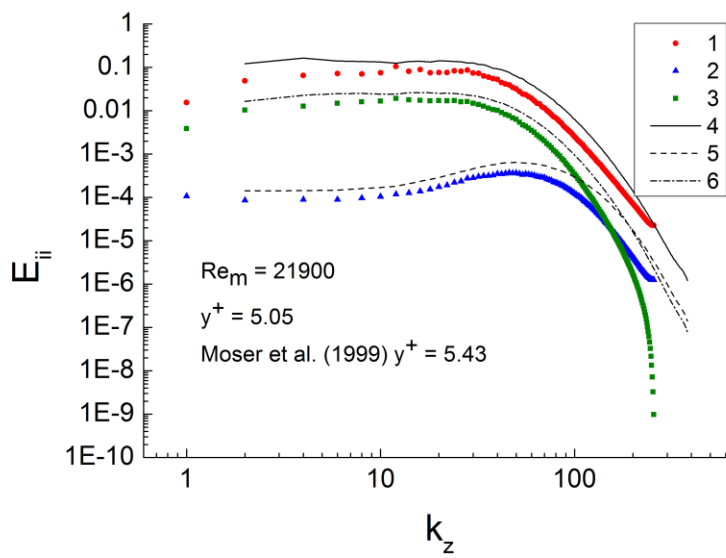
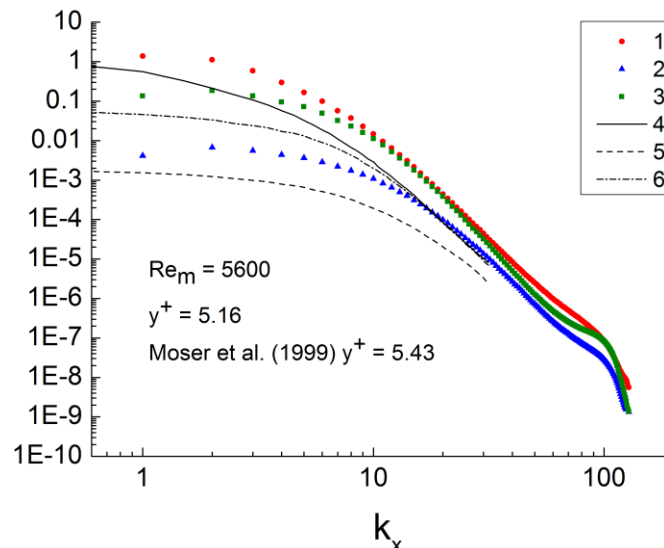
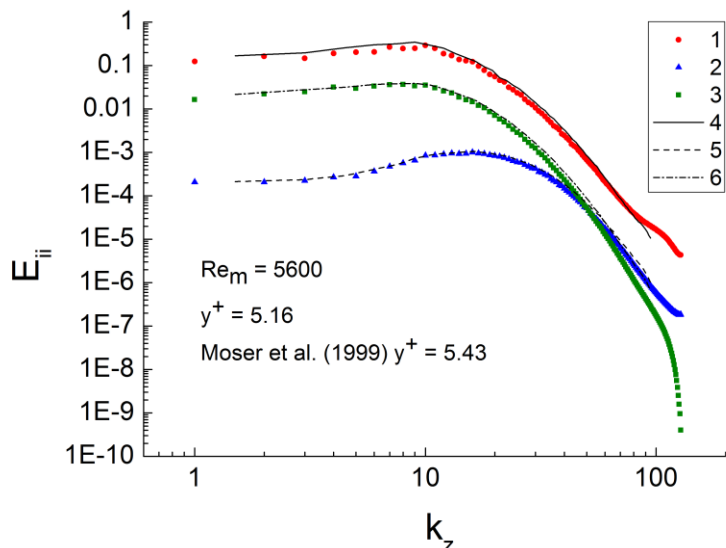
Двухточечные автокорреляции флуктуаций скорости в поперечном и продольном направлениях при $Re_m = 5600$



Двухточечные автокорреляции флуктуаций скорости в поперечном и продольном направлениях при $Re_m = 21900$



Одномерные спектры энергии построенные по функциям двухточечной корреляции в пристенной области. Оценка сеточного разрешения



Исследуемые статистические характеристики турбулентного потока в плоском канале

- **Коэффициент сопротивления**
- Средний профиль скорости. Осреднение производится по времени (и, для удобства представления, по двум периодическим направлениям). Графики удобно изображать в пристенных координатах (внутренних переменных потока), для определения сходства всех пристенных течений.

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau} \quad y^+ = \frac{y}{\delta_\nu} \quad u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad \delta_\nu = \frac{\nu}{u_\tau} \quad \tau_w = \rho\nu \left(\frac{d\langle u \rangle}{dy} \right)_{y=0}$$

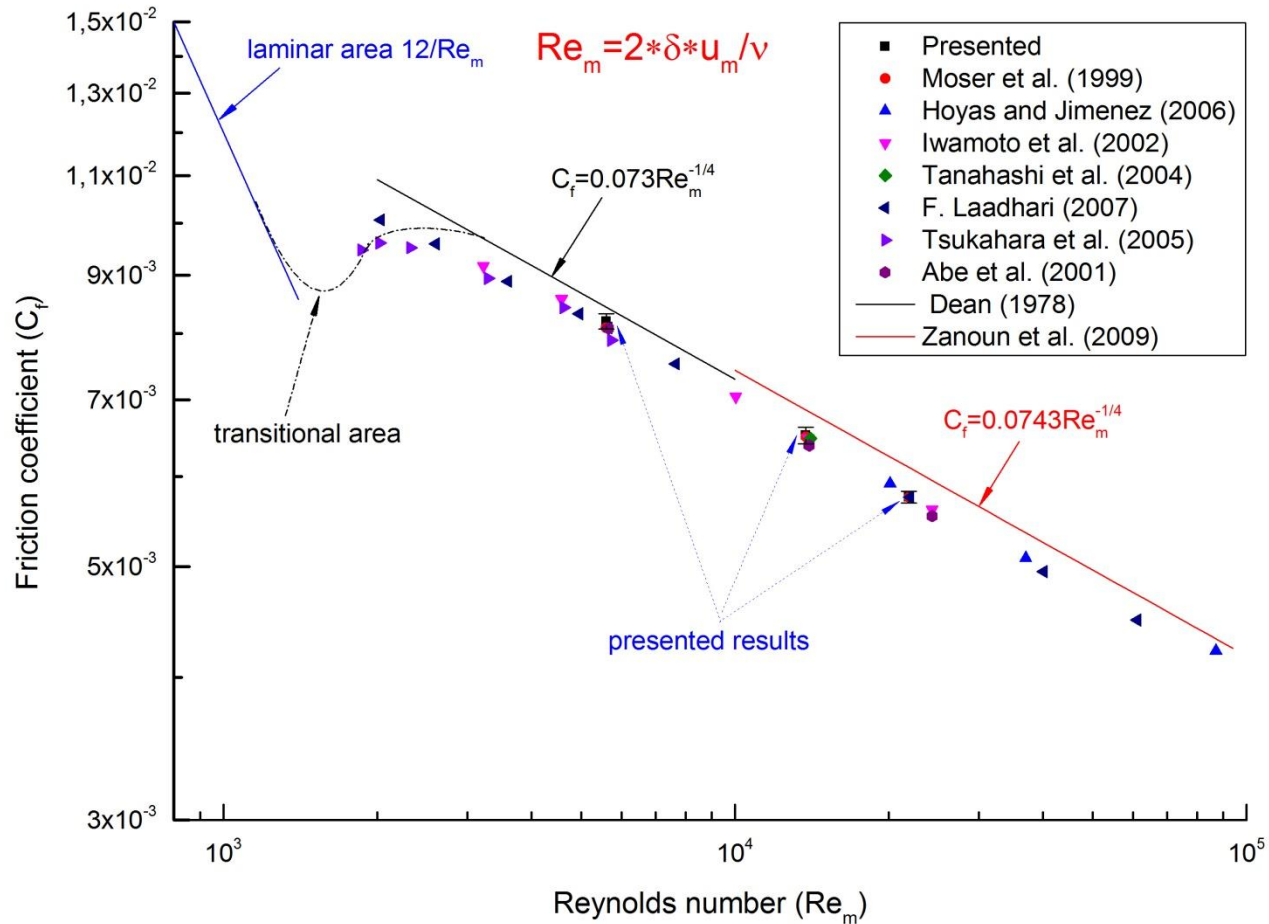
- Изменение вязкого (the viscous shear stress) и турбулентного (the Reynolds shear stress) напряжения трения в нормальном направлении от стенки. Изучается вклад этих напряжений в зависимости от расстояния от стенки

$$\tau_\nu = \rho\nu \frac{du}{dy} \quad \tau_R = -\rho \langle u'v' \rangle$$

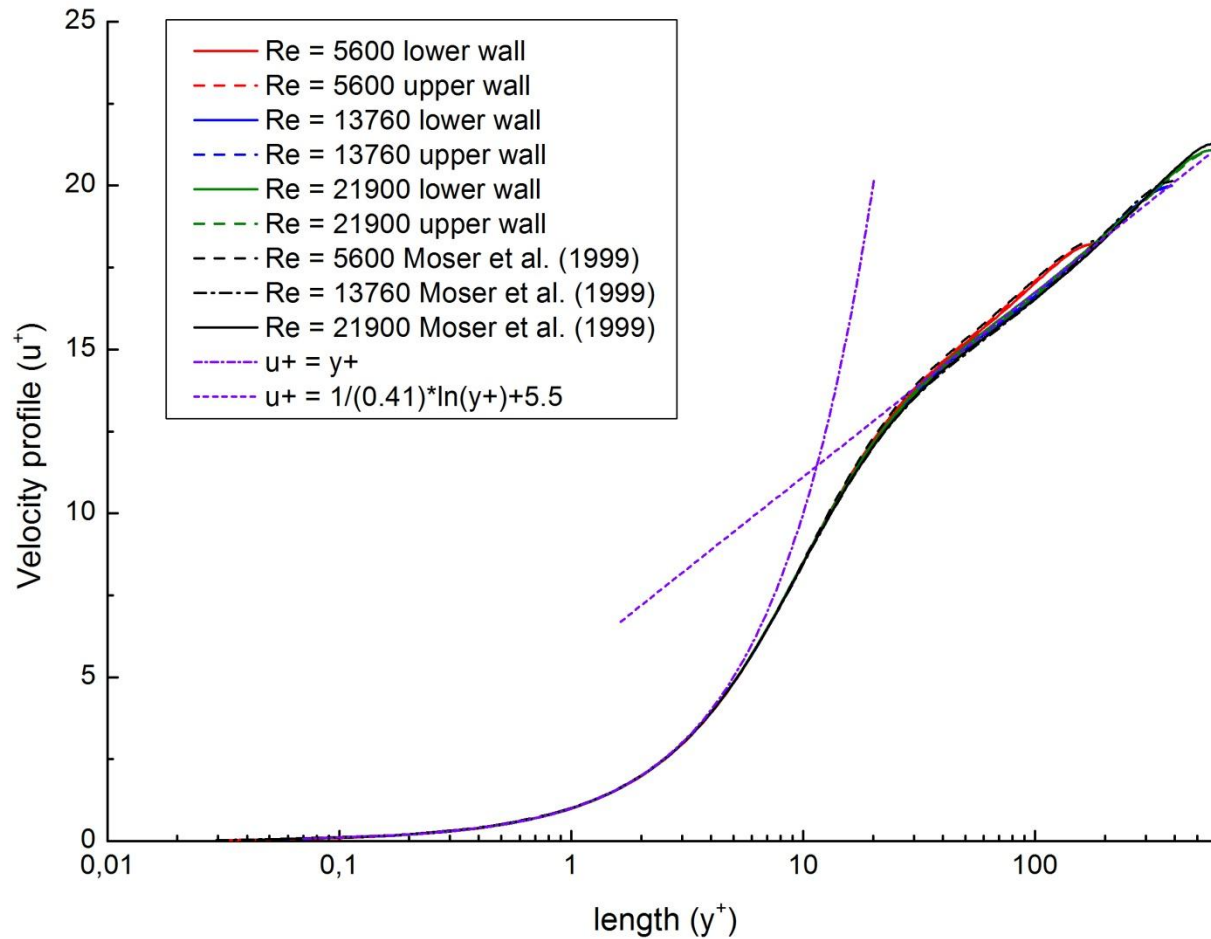
- Компоненты тензора турбулентных напряжений в зависимости от расстояния от стенки

$$\sigma_R = \langle u'_i u'_j \rangle$$

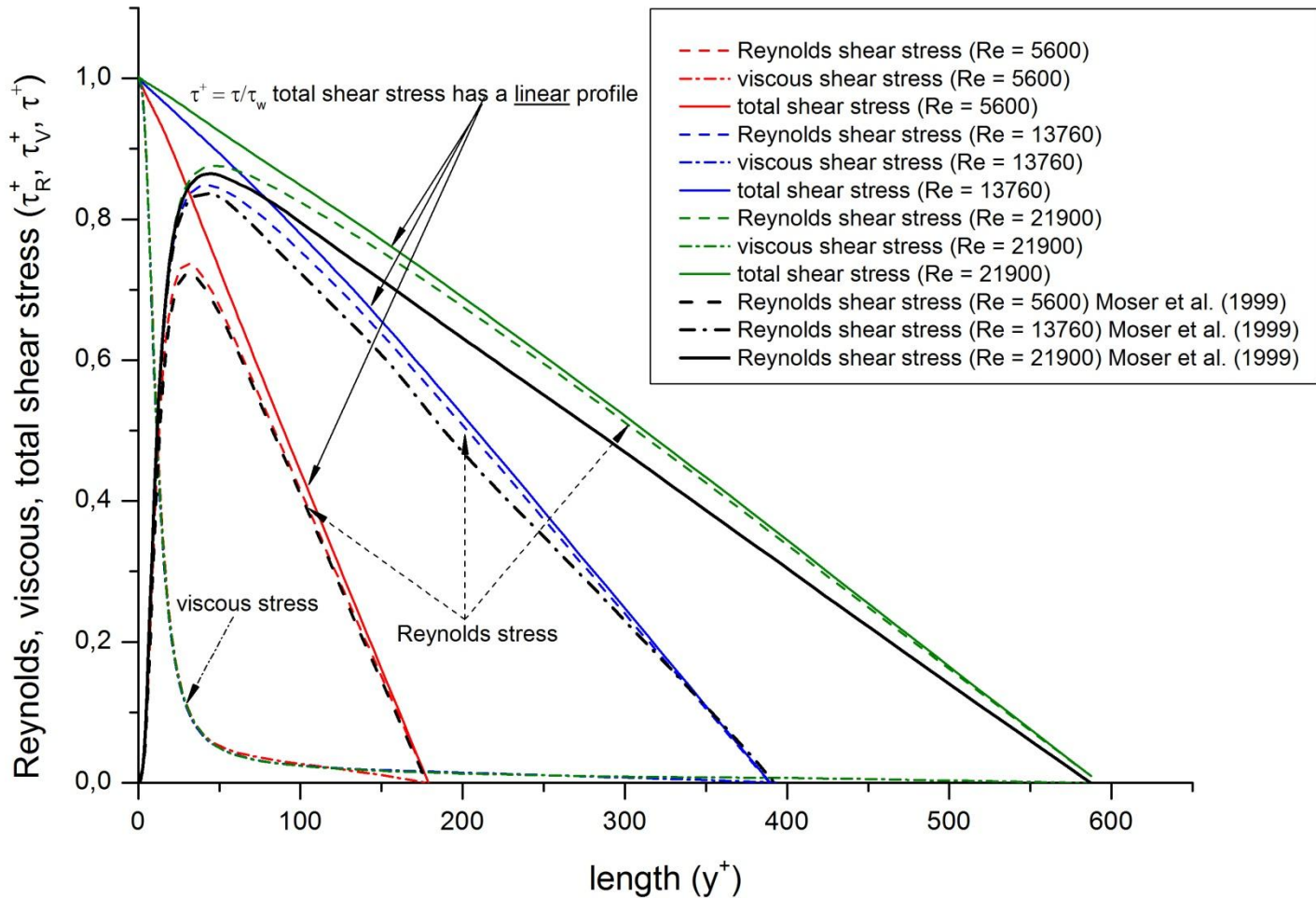
Зависимость коэффициента сопротивления от числа Рейнольдса



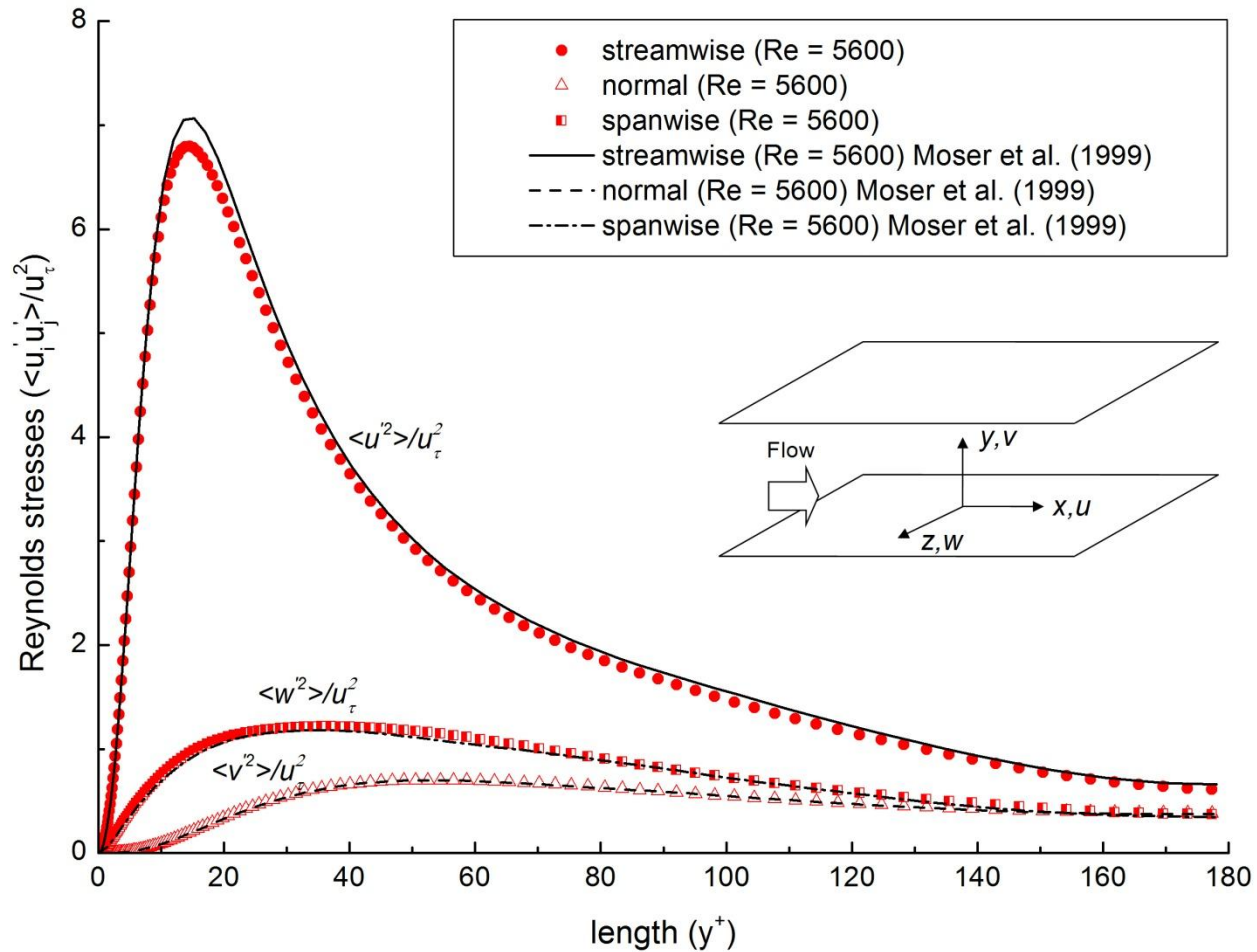
Профиль средней скорости



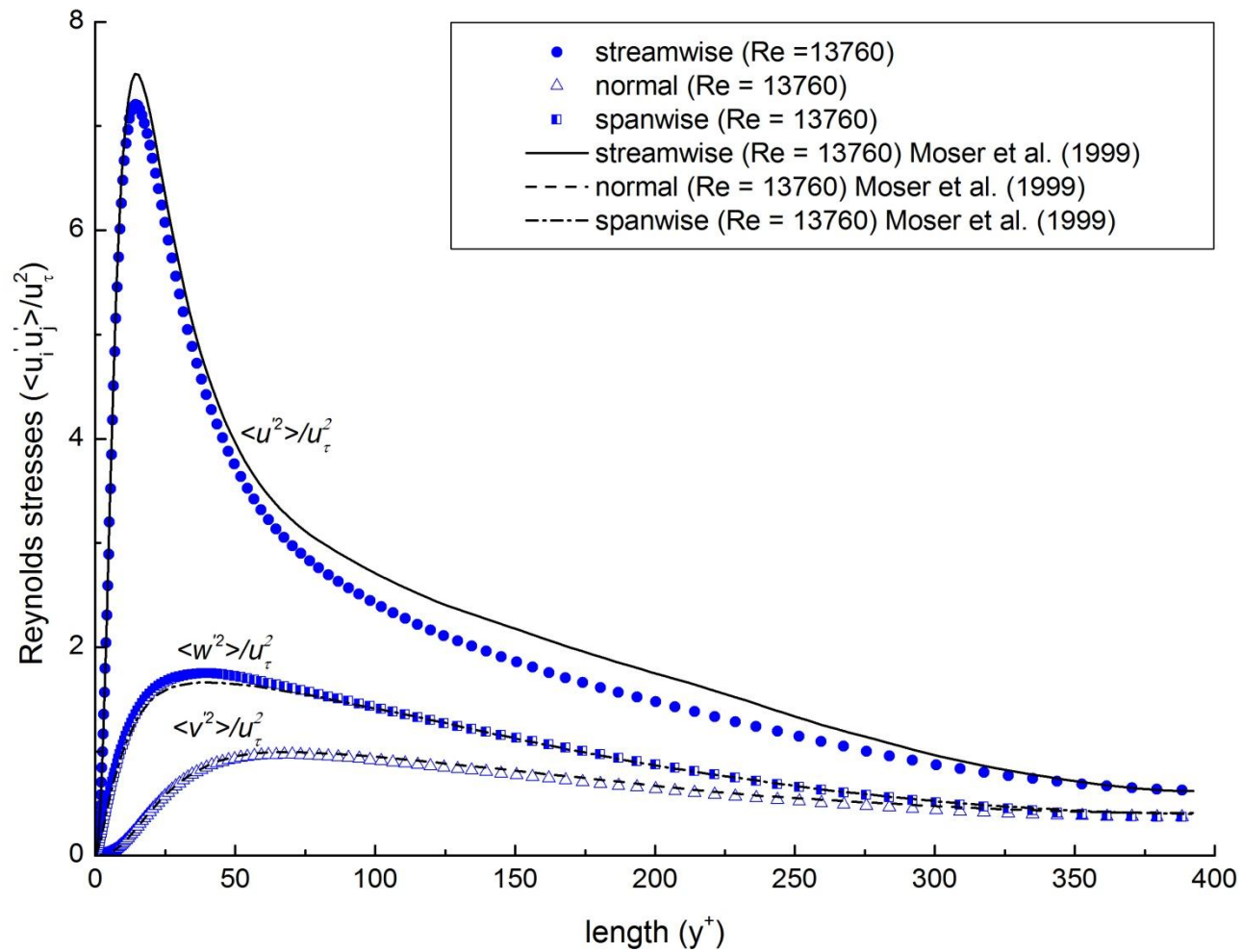
Напряжение трения в канале



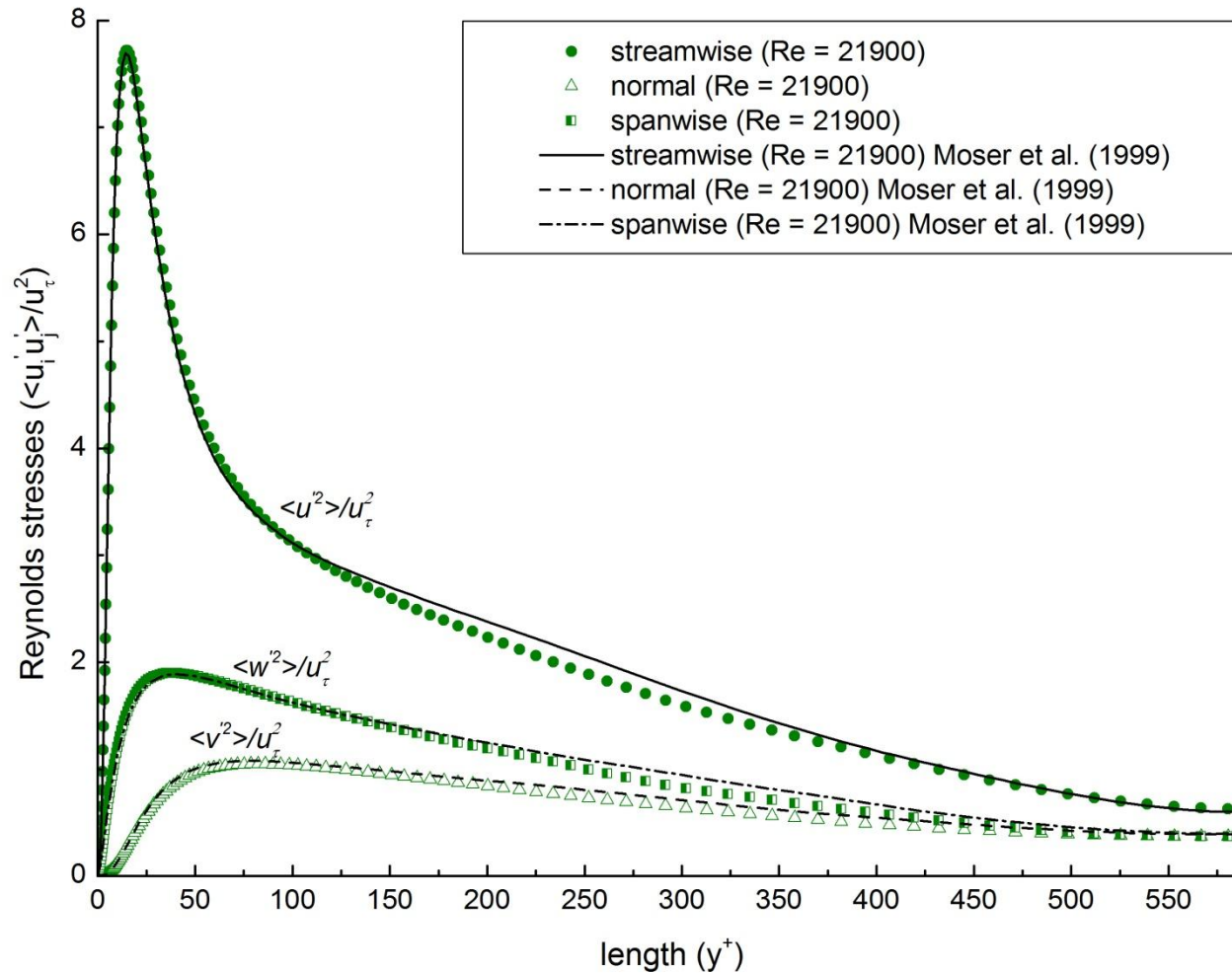
Компоненты тензора турбулентных напряжений $Re_m = 5600$



Компоненты тензора турбулентных напряжений $Re_m = 13760$



Компоненты тензора турбулентных напряжений $Re_m = 21900$



Заключение

- Приведен результат прямого численного моделирования течения вязкой несжимаемой жидкости по схеме Кабаре в плоском канале при трех числах Рейнольдса 5600, 13760, 21900.
- Уравнение Пуассона для давления решается с помощью параллельной реализации алгоритма быстрого прямого метода, и параллельной прогонки. Программная реализация данных алгоритмов выполнена Финогеновым С.А.
- Расчеты проводились на суперкомпьютере «Ломоносов» на сетках от 4 до 34 млн. узлов на 256-2048 вычислительных ядрах. Расчетное время составило от 2-х до 6-ти дней. Расчетное время зависит от выбранного интервала осреднения (количества пролетов области).
- Расчеты также проводились на более грубых сетках и при различных сгущениях сетки к границе. Проводился анализ выбранной геометрии области и сеточного разрешения. Для чисел Рейнольдса 13760, 21900 подобранные параметры близки к оптимальным, для 5600 расчет возможен и на более грубых сетках.
- Результаты расчетов сравнивались с Moser et al. 1999. Результаты показали очень хорошее совпадение в пристенной области. Небольшие отличия наблюдаются в области турбулентного ядра. Полученные коэффициенты сопротивления более приближены к экспериментальным данным.

Сведения о расчетах

№	Re_m	L_x	L_z	$N_x \times N_y \times N_z$	Δx^+	Δz^+	Δy_c^+	C_f	C_f эксперимент
1	5600	$4\pi\delta$	$(4/3)\pi\delta$	$128 \times 129 \times 128$	17.7	5.9	4.4	8.09×10^{-3}	8.44×10^{-3}
2	13760	$2\pi\delta$	$\pi\delta$	$256 \times 193 \times 192$	10.0	6.5	6.5	6.50×10^{-3}	6.74×10^{-3}
3	21900	$2\pi\delta$	$\pi\delta$	$384 \times 257 \times 384$	9.7	4.8	7.2	5.75×10^{-3}	6.10×10^{-3}

№	Re_m	L_x	L_z	$N_x \times N_y \times N_z$	Δx^+	Δz^+	Δy_w^+	Δy_c^+	C_f
1	5600	$4\pi\delta$	$2\pi\delta$	$512 \times 256 \times 256$	4.40	4.40	0.14	3.22	8.192×10^{-3}
2	13760	$2\pi\delta$	$\pi\delta$	$512 \times 256 \times 256$	4.82	4.82	0.11	9.03	6.517×10^{-3}
3	21900	$2\pi\delta$	$\pi\delta$	$512 \times 256 \times 256$	7.21	7.21	0.14	13.8	5.758×10^{-3}

Процесс увеличения числа Рейнольдса не является бесконечным. Целью теории турбулентности, а также соответствующих численных расчетов и экспериментов, является достаточно точное описание турбулентности, для того чтобы делать какие-либо предсказания при различных условиях. Со времен Колмогорова (1941) стало ясно, что основная сложность турбулентности в ее многомасштабном характере, и, возможно, если обобщить подробные данные пространственно-временной эволюции достаточного количества течений, этой информации будет достаточно для формулировки теории турбулентности. Конечно же, такой набор данных не будет теорией, но вряд ли дальнейшее увеличение числа Рейнольдса в расчетах или экспериментах, обеспечит какие-либо существенные знания для формулировки данной теории. ... приводится оценка $\delta^+ = 10000 - 20000$, т.е разброс масштабов ≈ 100 . Определение данного Рейнольдса затрудняется тем, что, возможно, при больших Рейнольдсах существуют эффекты, о которых пока ничего не известно.