

**Математическое моделирование
приповерхностных геоэлектрических
установок с одним и более
источников в задачах морской
геофизики**

Мариненко Аркадий Вадимович

Эпов Михаил Иванович

ИНГГ СО РАН, г. Новосибирск

**XVI Всероссийская Конференция-школа молодых исследователей
"Современные проблемы математического моделирования"
(14–19 сентября, 2015 г.)
Абрау-Дюрсо, Новороссийск**

Уменьшение влияния бурового раствора на примере работы комплексов для исследований вертикальных скважин

При использовании морской геофизической установки сильное влияние на результат оказывает морская вода — сложная градиентная среда. Особенно заметно это влияние для приповерхностных установок, при работе на частотах более 1 Гц, при малых глубинах моря и при большом градиенте электропроводности воды (Мариненко А.В., Эпов М.И., Шурина Э.П., 2009 г.).

В наземных геофизических методах для уменьшения влияния бурового раствора в скважине, в который помещаются источники и приёмники, используют подход, описанный ниже:

Пусть L_1 — расстояние от источника до первого приёмника, L_2 — расстояние от источника до второго приёмника, k_1 — волновое число для бурового раствора, k_2 — волновое число породы, r — радиус скважины, I — сила тока в источнике.

Тогда в случае $\frac{L}{r} \gg 1$ (3–5) и $k \cdot L > 1$ справедливо соотношение для расчета ЭДС:

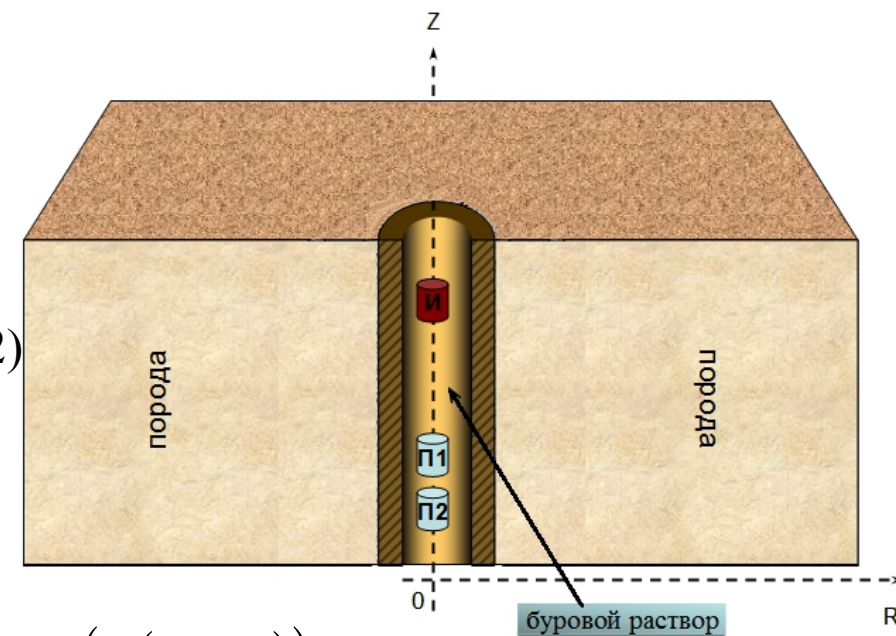
$$\xi(k_1, k_2, r, L) \approx \xi(k_2, L) \cdot \frac{1}{I^2 (r \sqrt{k_1^2 - k_2^2})}; \quad (1.1)$$

Взяв натуральный логарифм от выражения (1), получим:

$$\ln(\xi(k_1, k_2, r, L)) \approx \ln(\xi(k_2, L)) + \ln\left(\frac{1}{I^2 (r \sqrt{k_1^2 - k_2^2})}\right); \quad (1.2)$$

Таким образом, вычитая натуральный логарифм от ЭДС в разных источниках, можно частично избавиться от зависимости свойств бурового раствора:

$$\ln(\xi(k_1, k_2, r, L_1)) - \ln(\xi(k_1, k_2, r, L_2)) \approx \ln(\xi(k_2, L_1)) - \ln(\xi(k_2, L_2)). \quad (1.3)$$



Ослабление влияния слоя морской воды в задачах морской геоэлектрики

Пусть в качестве приповерхностной геоэлектрической установки выступает кабель с двумя приёмниками, расположенными по одну сторону от источника.

Пусть L_1 — расстояние от источника до первого приёмника, L_2 — расстояние от источника до второго приёмника, k_1 — волновое число для морской воды, k_2 — волновое число для подстилающей среды, h — глубина слоя морской воды, I — сила тока в источнике.

Тогда сделаем предположение, что указанный ранее способ расчета ЭДС может быть в той или иной степени справедлив для случая решения задачи морской геоэлектрики, а именно:

Если $\frac{L}{h} \gg 1$ (3–5) и $k \cdot L > 1$, то справедливо

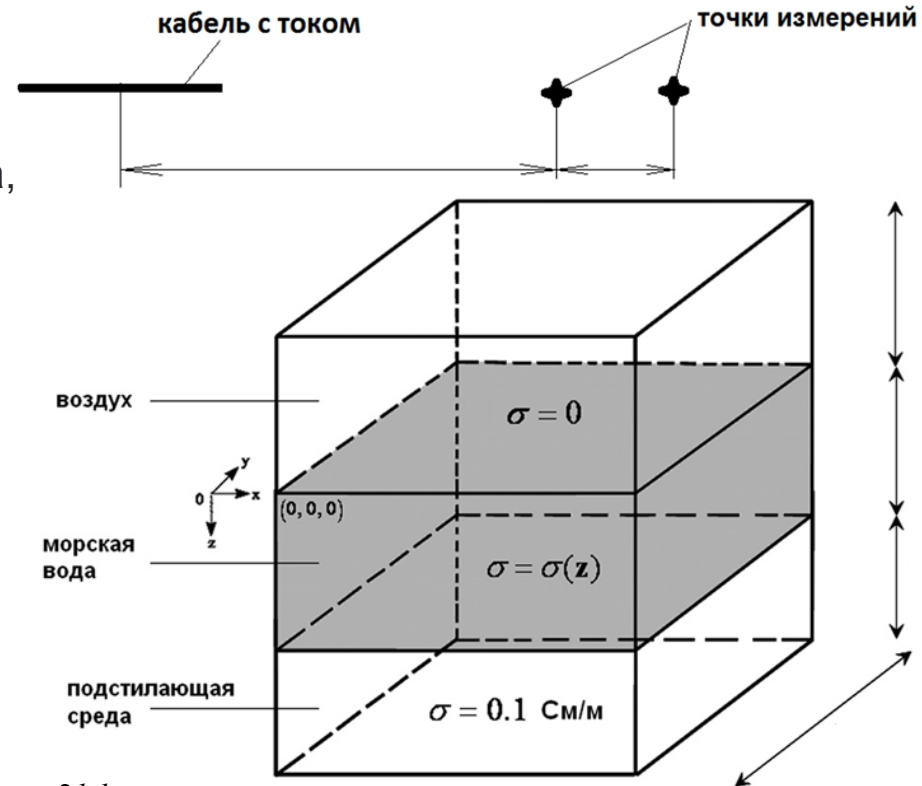
соотношение для расчета ЭДС: $\xi(k_1, k_2, h, L) \approx \xi(k_2, L) \cdot e^{-2k_1 h}$; (2.1)

Взяв натуральный логарифм от этого выражения, получим: $\ln(\xi(k_1, k_2, r, L)) \approx \ln(\xi(k_2, L)) - 2k_1 h$; (2.2)

Таким образом, можно ослабить влияние слоя морской воды, вычисляя следующую величину:

$\ln(\xi(k_1, k_2, h, L_1)) - \ln(\xi(k_1, k_2, h, L_2)) \approx \ln(\xi(k_2, L_1)) - \ln(\xi(k_2, L_2))$. (2.3) — по сути является

разностью фаз. **Итак, для приповерхностной морской геофизической установки, работающей на малых глубинах, желательно использовать частоты более 1 Гц (из-за влияния возможных помех) и проводить измерения разности фаз (чтобы ослабить влияние слоя морской воды).**



Математическая модель для случая градиентной электропроводности слоя морской воды

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{rot} \vec{\mathbf{E}} = -\mu \frac{\partial \vec{\mathbf{H}}}{\partial t}; \\ \text{rot} \vec{\mathbf{H}} = \varepsilon \frac{\partial \vec{\mathbf{E}}}{\partial t} + \sigma(z) \vec{\mathbf{E}} + \vec{\mathbf{j}}^e; \\ \text{div}(\mu \vec{\mathbf{H}}) = 0; \quad \text{div}(\varepsilon \vec{\mathbf{E}}) = \rho; \end{array} \right. \quad (3.1) \quad (3.2) \quad (3.3)$$

$\vec{\mathbf{E}}$ — напряженность электрического поля (В/м)
 $\vec{\mathbf{H}}$ — напряженность магнитного поля (А/м)
 $\vec{\mathbf{j}}^e$ — плотность стороннего тока (А/м²)
 ε — диэлектрическая проницаемость (Ф/м)
 μ — магнитная проницаемость (Гн/м)
 σ — удельная электропроводность (См/м),
 в общем случае зависящая от (x, y, z)
 ρ — плотность эл. зарядов (Кл/м³)

Переходя от системы уравнений Максвелла к уравнению второго порядка относительно переменных $\vec{\mathbf{E}}$ и $\vec{\mathbf{H}}$ (в частотной области), получим уравнения Гельмгольца вида:

$$\text{rot} \mu^{-1} \text{rot} \vec{\mathbf{E}} + k^2 \vec{\mathbf{E}} = -i\omega \vec{\mathbf{j}}^e, \quad \text{rot} (i\omega \varepsilon + \sigma(z))^{-1} \text{rot} \vec{\mathbf{H}} + i\omega \mu \vec{\mathbf{H}} = (i\omega \varepsilon + \sigma(z))^{-1} \text{rot} \vec{\mathbf{j}}^e \quad \text{в } \Omega$$

$$\vec{\mathbf{E}} = \vec{\mathbf{E}}^{real} + i\vec{\mathbf{E}}^{im}, \quad \vec{\mathbf{H}} = \vec{\mathbf{H}}^{real} + i\vec{\mathbf{H}}^{im}, \quad k^2 = i\omega \sigma(z) \mu - \omega^2 \varepsilon \mu \quad \text{— волновое число.} \quad (3.4)$$

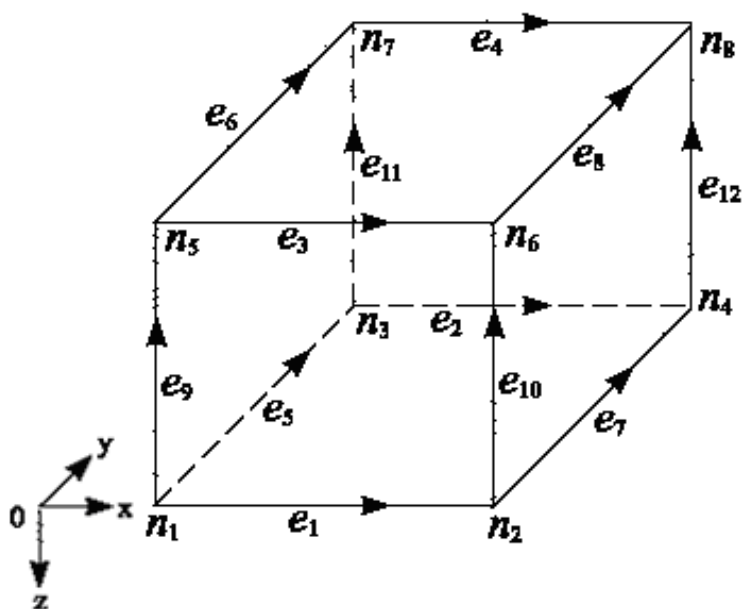
Условия непрерывности на границах раздела сред:

$$\left[\vec{\mathbf{n}} \times \vec{\mathbf{E}} \right]_{\Gamma} = 0, \quad \left[\vec{\mathbf{n}} \cdot (i\omega \varepsilon + \sigma(z)) \vec{\mathbf{E}} \right]_{\Gamma} = 0, \quad \left[\vec{\mathbf{n}} \times \vec{\mathbf{H}} \right]_{\Gamma} = \vec{\mathbf{j}}_{\Gamma}^e, \quad \left[\mu \vec{\mathbf{H}} \cdot \vec{\mathbf{n}} \right]_{\Gamma} = 0, \quad \left[\frac{1}{(i\omega \varepsilon - \sigma(z))} \text{rot} \vec{\mathbf{H}} \times \vec{\mathbf{n}} \right]_{\Gamma} = 0. \quad (3.5)$$

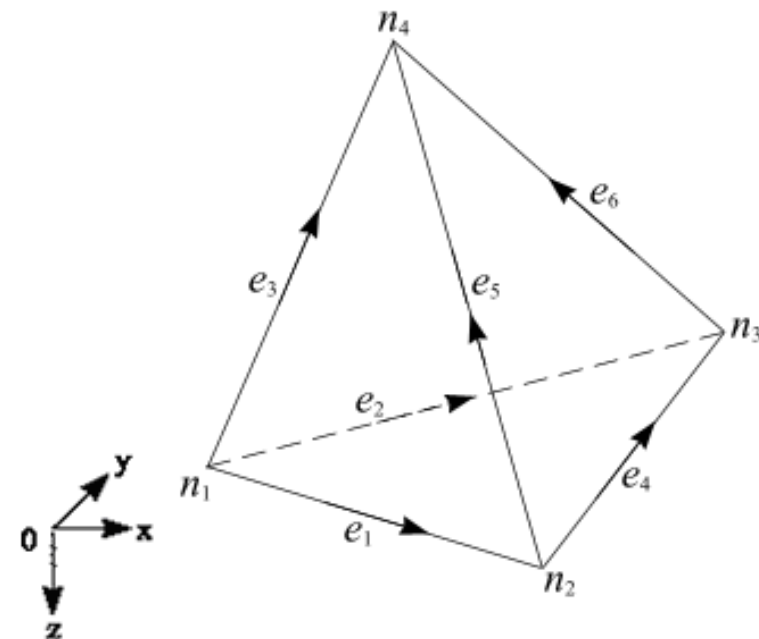
Конечные элементы

Разбиение
расчетной
области

Параллеле-
пипеидальные
конечные элементы



Тетраэдральные
конечные элементы



Структура системы линейных алгебраических уравнений

Для электрического поля:

$$\vec{\mathbf{E}}^{real} = \sum_j \alpha_j \vec{N}_j; \quad \vec{\mathbf{E}}^{im} = \sum_j \beta_j \vec{N}_j; \quad (4.1)$$

$$\begin{pmatrix} \widehat{A} + \widehat{M}_\varepsilon & -\widehat{M}_\sigma \\ \widehat{M}_\sigma & \widehat{A} + \widehat{M}_\varepsilon \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{\alpha} \\ \vec{\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \vec{F} \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

$$\{\widehat{A}\}_{ij} = \mu^{-1} \int_{\Omega_k} rot \vec{N}_j \cdot rot \vec{N}_i d\Omega_k; \quad (4.3)$$

$$\{\widehat{M}_\varepsilon\}_{ij} = -\omega^2 \varepsilon \int_{\Omega_k} \vec{N}_j \cdot \vec{N}_i d\Omega_k; \quad (4.4)$$

$$\{\widehat{M}_\sigma\}_{ij} = \omega \int_{\Omega_k} \sigma(z) \vec{N}_j \cdot \vec{N}_i d\Omega_k; \quad (4.5)$$

$$\{\vec{F}\}_i = -\omega \int_{\Omega_k} \vec{N}_i \cdot \vec{j}^e d\Omega_k; \quad (4.6)$$

Для магнитного поля:

$$\vec{\mathbf{H}} = \sum_j \gamma_j \vec{N}_j; \quad (4.7)$$

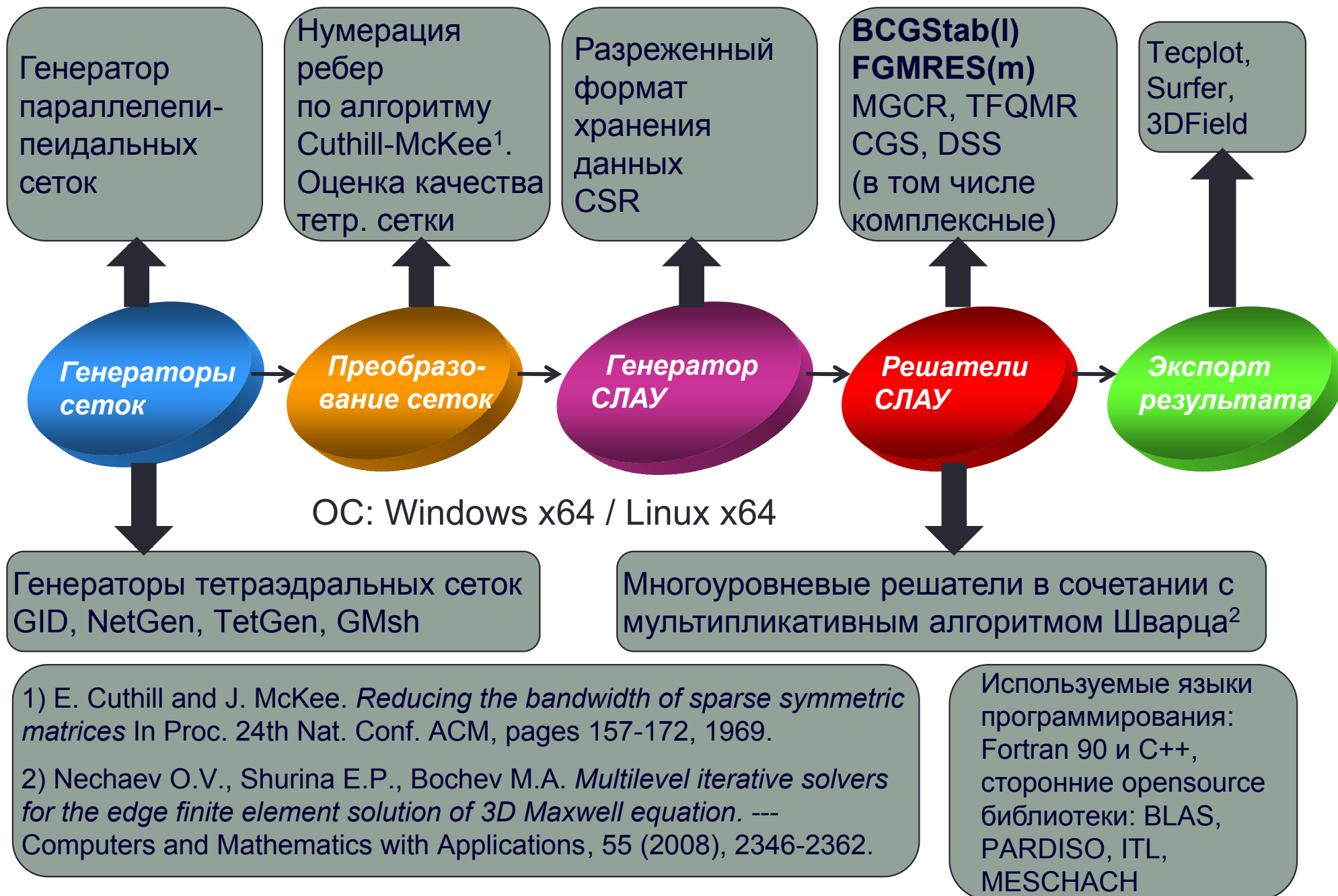
$$(\widehat{A} + \widehat{M}_\mu)(\vec{\gamma}) = (\vec{F}) \quad (4.8)$$

$$\{\widehat{A}\}_{ij} = \int_{\Omega_k} (\sigma(z) + i\omega\varepsilon)^{-1} rot \vec{N}_j \cdot rot \vec{N}_i d\Omega_k; \quad (4.9)$$

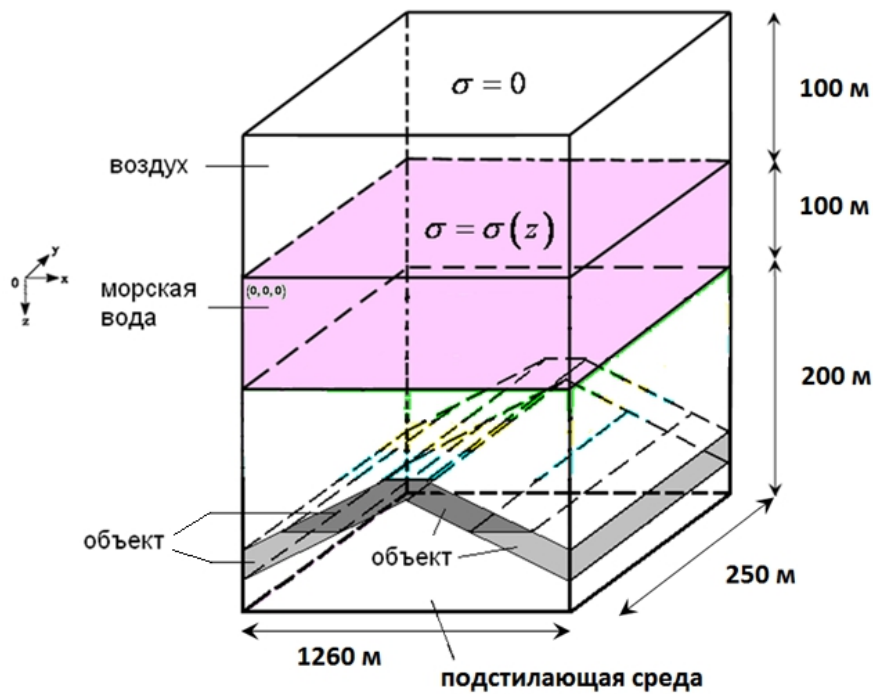
$$\{\widehat{M}_\mu\}_{ij} = i\omega \int_{\Omega_k} \mu \vec{N}_j \cdot \vec{N}_i d\Omega_k; \quad (4.10)$$

$$\{\vec{F}\}_i = \int_{\Omega_k} (\sigma(z) + i\omega\varepsilon)^{-1} rot \vec{j}^e \cdot \vec{N}_i d\Omega_k; \quad (4.11)$$

Схема разработанного программного обеспечения "GradPhyZ" x64



Вычислительный эксперимент №1



Электропроводность воды — линейная функция (5 См/м вблизи поверхности воды, 7 См/м вблизи дна).

В качестве приповерхностной геоэлектрической установки выступает изолированный кабель с двумя приёмниками, расположенными по одну сторону от источника.

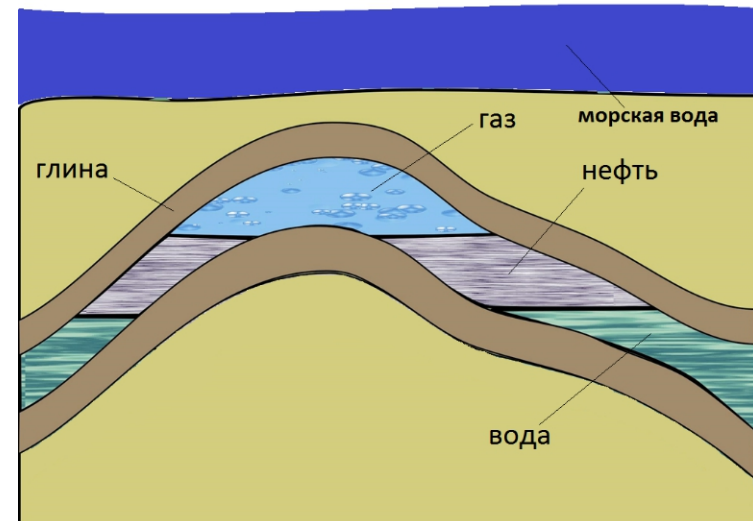
Информативной является X-компонента поля.



Рабочие частоты ($\times 2$): 3, 6, 12, 25, 50, ... Гц.

Точность измерения приборов ≈ 0.5 град.

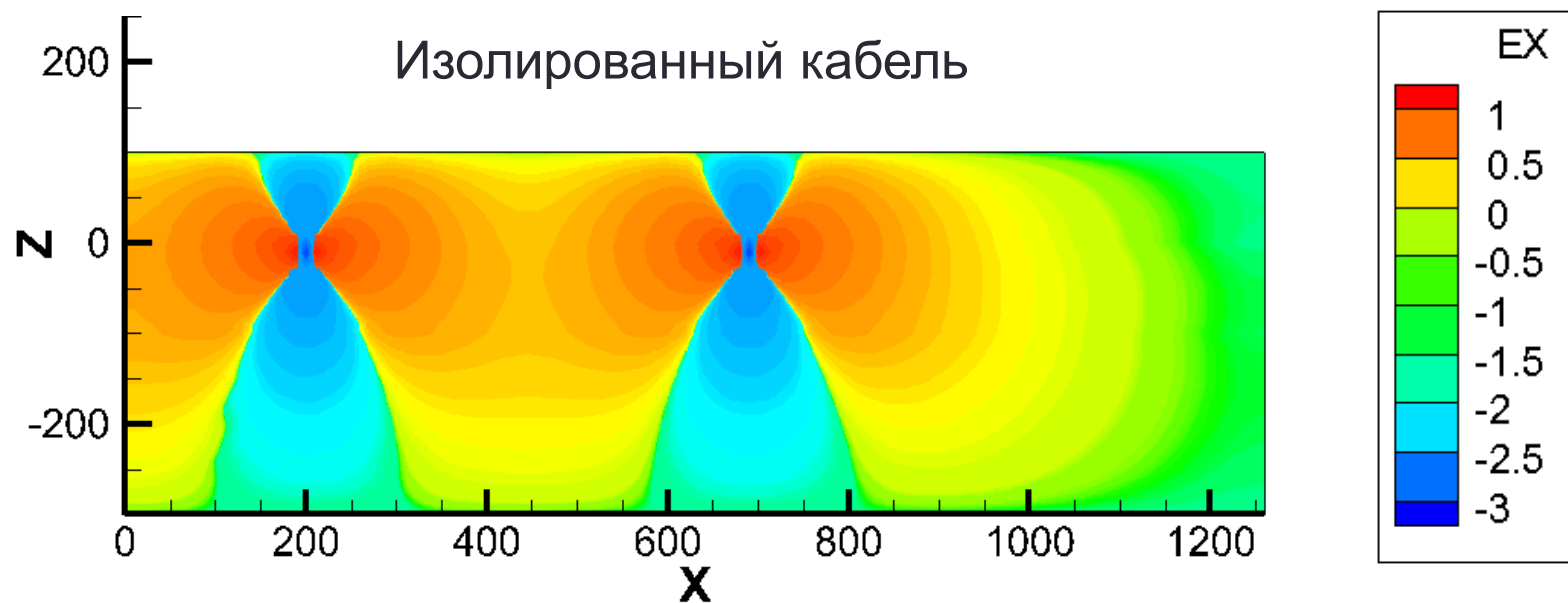
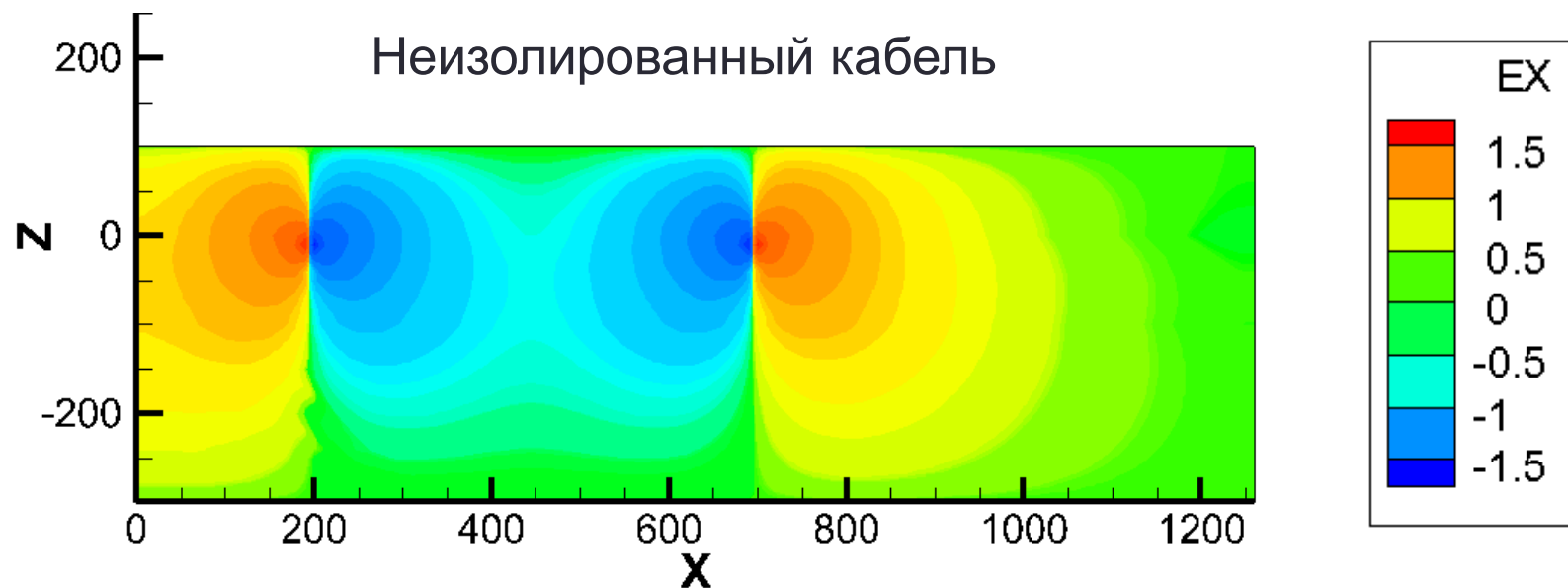
Объект представляет собой антиклинальную ловушку, заглубленную на 50 м (с учётом глинистых пластов) от границы «вода — подстилающая среда», протяжённостью 330 м и имеющую форму купола или арки.



Ток в кабеле 100 А.

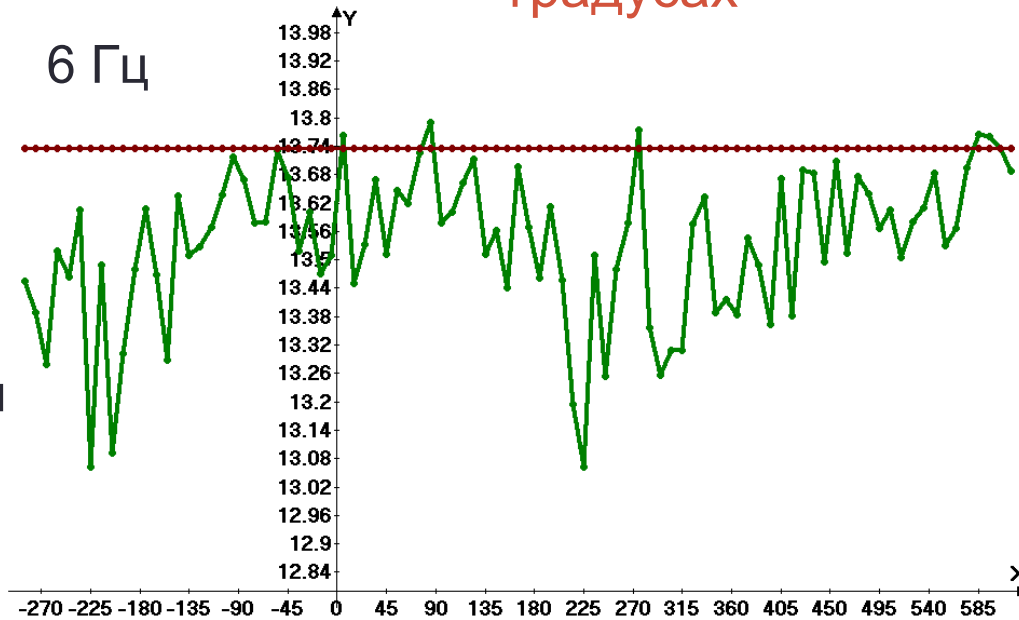
Длина кабеля 500 м.

Электрическое поле в зависимости от типа источника



Реакция на антиклинальную ловушку на разных частотах. Ось X — положение центра изолированного кабеля относительно центра антиклинальной ловушки (в метрах), ось Y — значение величины $\left| \ln(x(k_1, k_2, h, L_1)) \right| - \left| \ln(x(k_1, k_2, h, L_2)) \right|$ в градусах

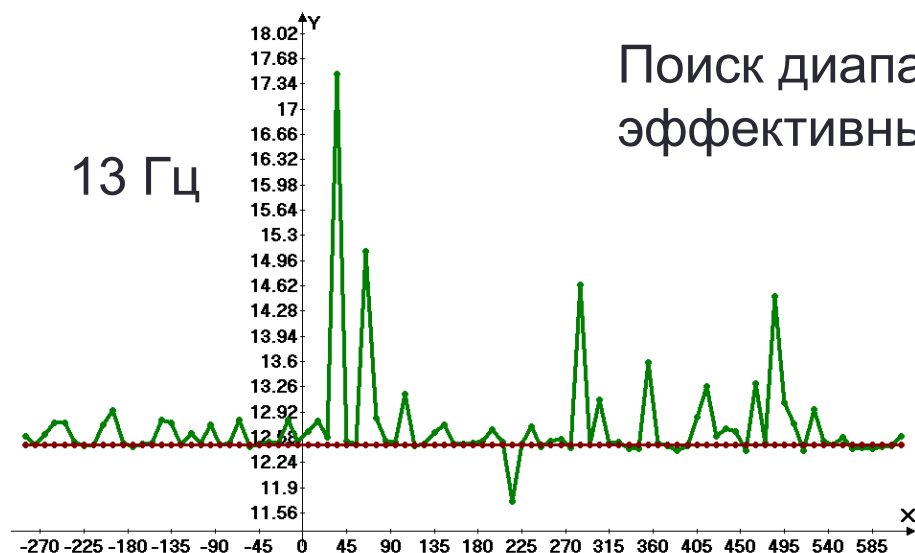
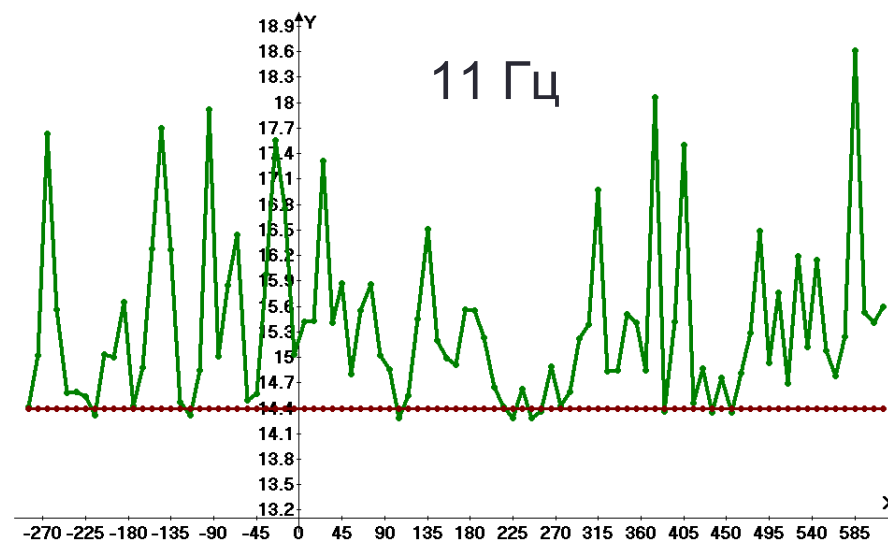
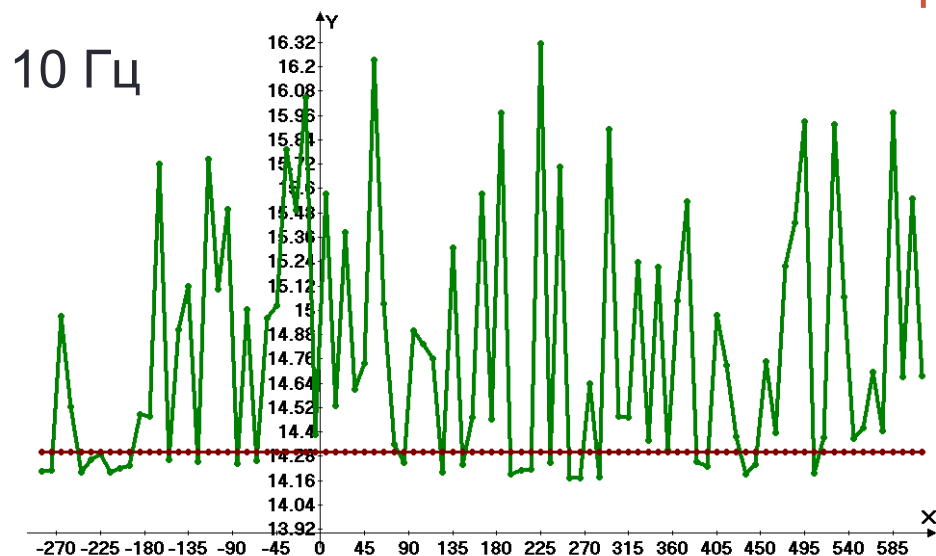
Дальнейшее увеличение частоты не привело к повышению эффективности работы установки.



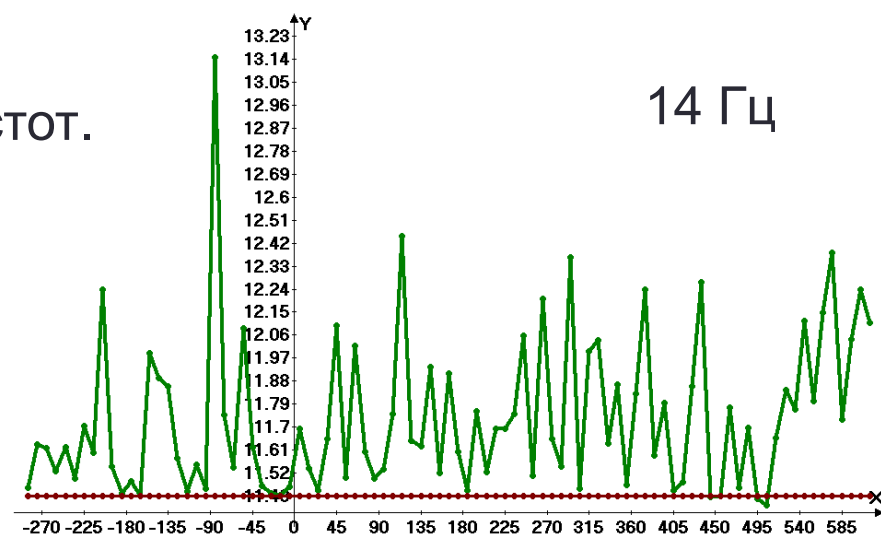
Работа установки на пониженных частотах — 3 Гц и 6 Гц оказалась менее эффективной, чем на частоте 12 Гц. Если на 12 Гц мы наблюдали реакцию на объект почти 4 градуса, то для частот 3 Гц и 6 Гц она составляет менее 1 градуса (0.7–0.75 градусов).



Реакция на антиклинальную ловушку на разных частотах. Ось X — положение центра изолированного кабеля относительно центра антиклинальной ловушки (в метрах), ось Y — значение величины $\left| \ln(x(k_1, k_2, h, L_1)) \right| - \left| \ln(x(k_1, k_2, h, L_2)) \right|$ в градусах

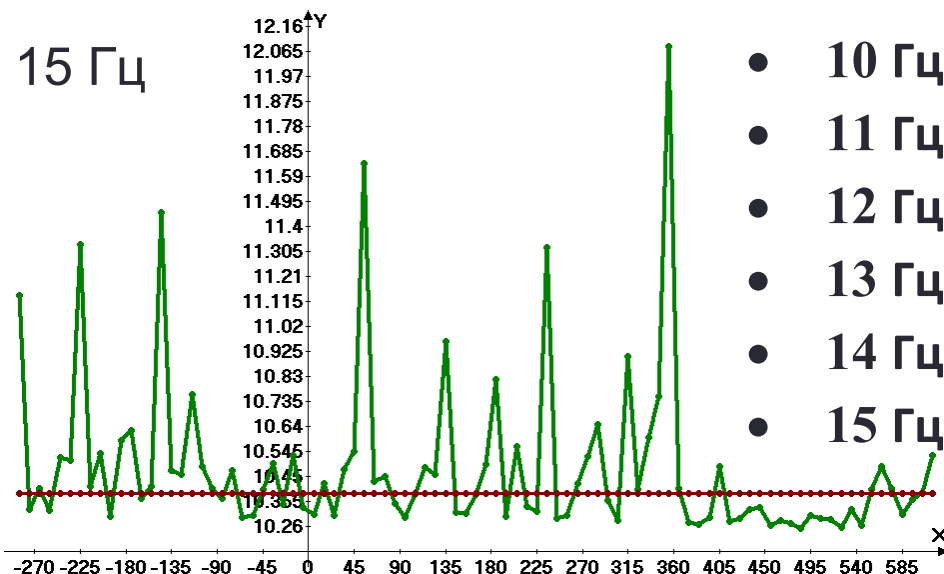


Поиск диапазона эффективных частот.

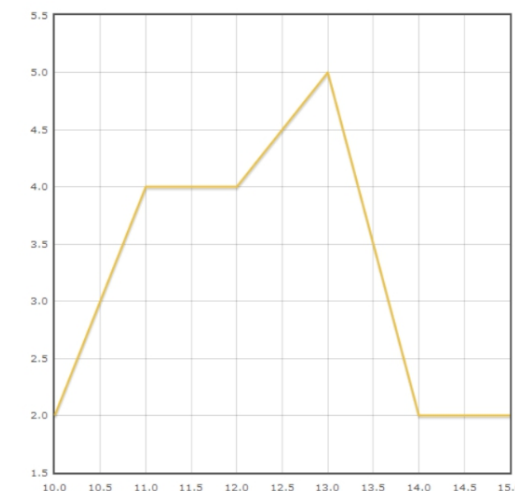


91 положение установки над объектом, время счёта 1 положения — около 4 часов.

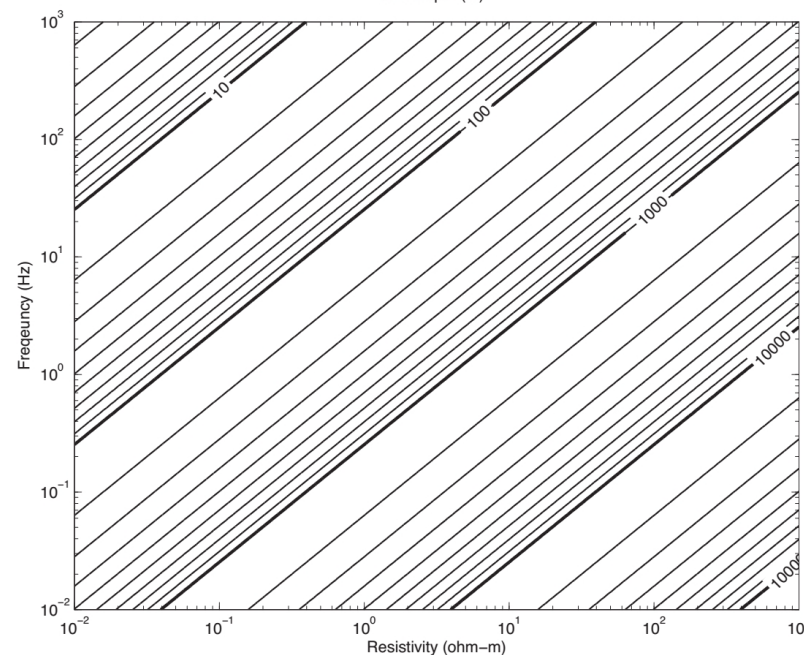
Реакция на антиклинальную ловушку на разных частотах. Ось X — положение центра изолированного кабеля относительно центра антиклинальной ловушки (в метрах), ось Y — значение величины $\left| \ln(x(k_1, k_2, h, L_1)) \right| - \left| \ln(x(k_1, k_2, h, L_2)) \right|$ в градусах



- 10 Гц — около 2 градусов,
- 11 Гц — около 4 градусов,
- 12 Гц — около 4 градусов,
- 13 Гц — около 5 градусов,
- 14 Гц — около 2 градусов,
- 15 Гц — около 2 градусов.

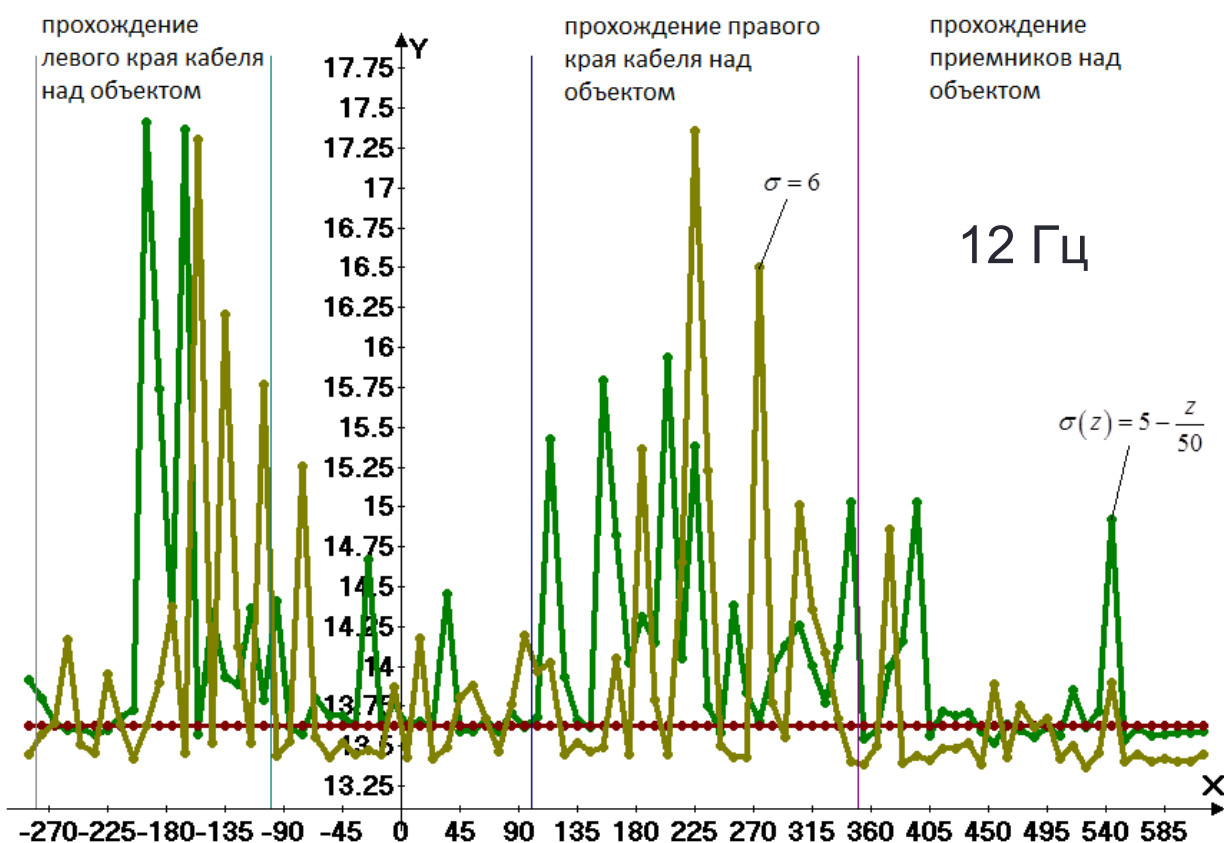


Skin Depth (m)



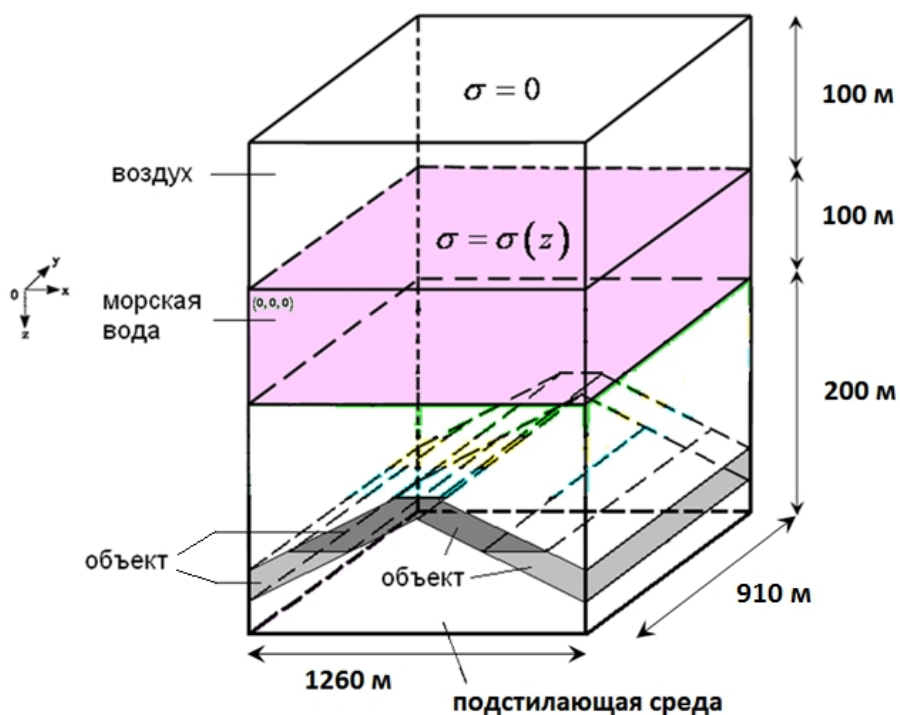
Разное расположение точек экстремумов и заметное отличие реакции на объект в близких по значению частотах можно объяснить различающейся глубиной метода, особенно на низких частотах (до 100 Гц). Глубина проникновения поля (скин-слоя) для однородной среды представлена на графике [Dylan Connell, 2011]:

Реакция на антиклинальную ловушку при разных значениях электропроводности морской воды. Ось X — положение центра изолированного кабеля относительно центра антиклинальной ловушки (в метрах), ось Y — значение величины $\left| \ln(x(k_1, k_2, h, L_1)) \right| - \left| \ln(x(k_1, k_2, h, L_2)) \right|$ в градусах



Различное представление электропроводности морской воды, в целом, не влияет на величину максимальной реакции на объект. Во всех случаях она составила почти 4 градуса. Одновременно с этим можно заметить, что несмотря на то, что локализация наиболее значительных скачков на графиках находится в разных случаях в одних и тех же областях — прохождения начала и конца кабеля над объектом, точки с максимальной реакцией на объект полностью не совпадают.

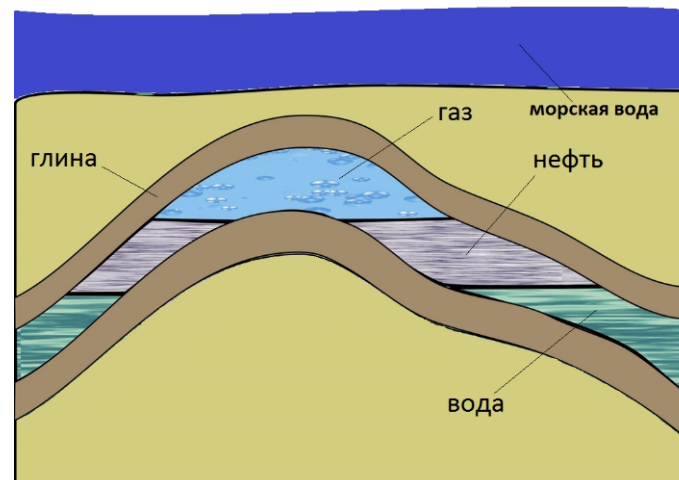
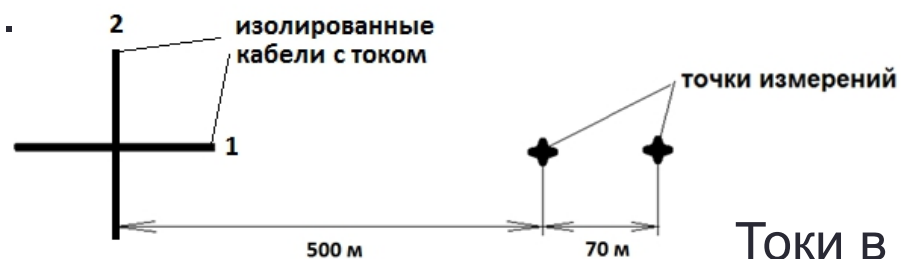
Вычислительный эксперимент №2



Электропроводность воды — линейная функция (5 См/м вблизи поверхности воды, 7 См/м вблизи дна).

В качестве приповерхностной геоэлектрической установки выступает два перпендикулярных изолированных кабеля с двумя приемниками, расположенными по одну сторону от источника.

Информативной является Y -компонента поля.



Токи в кабелях могут варьироваться.

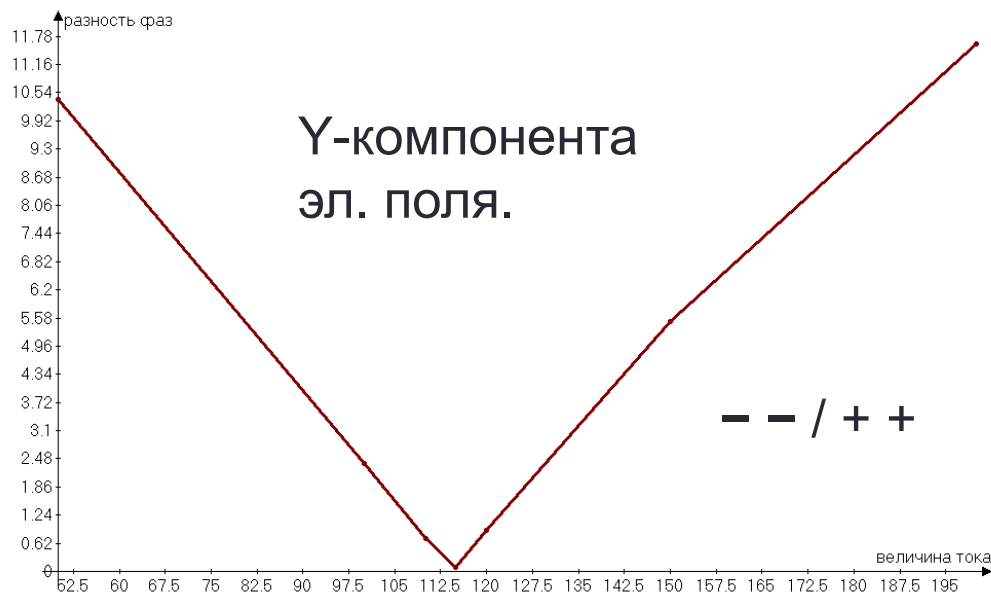
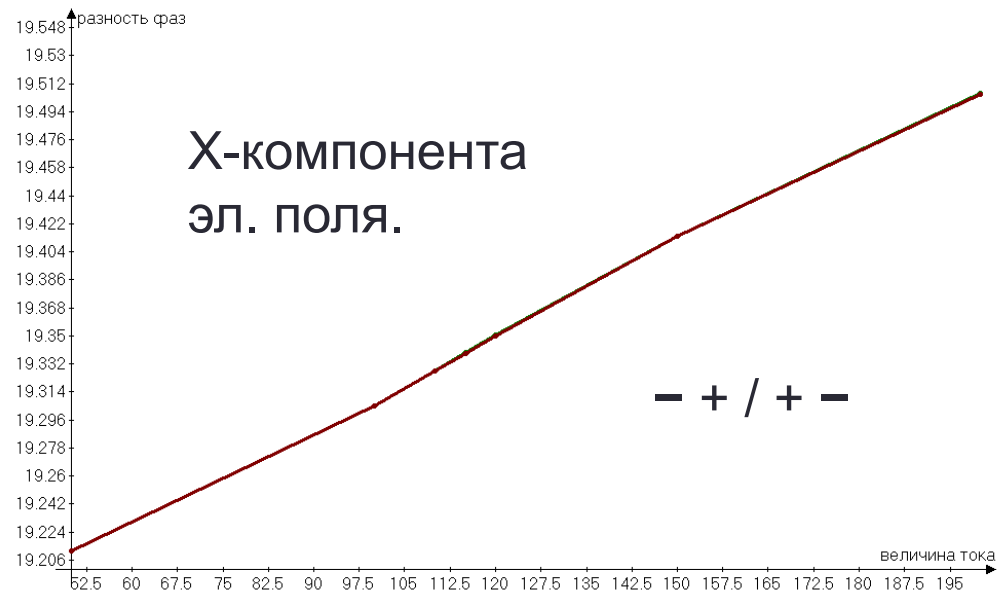
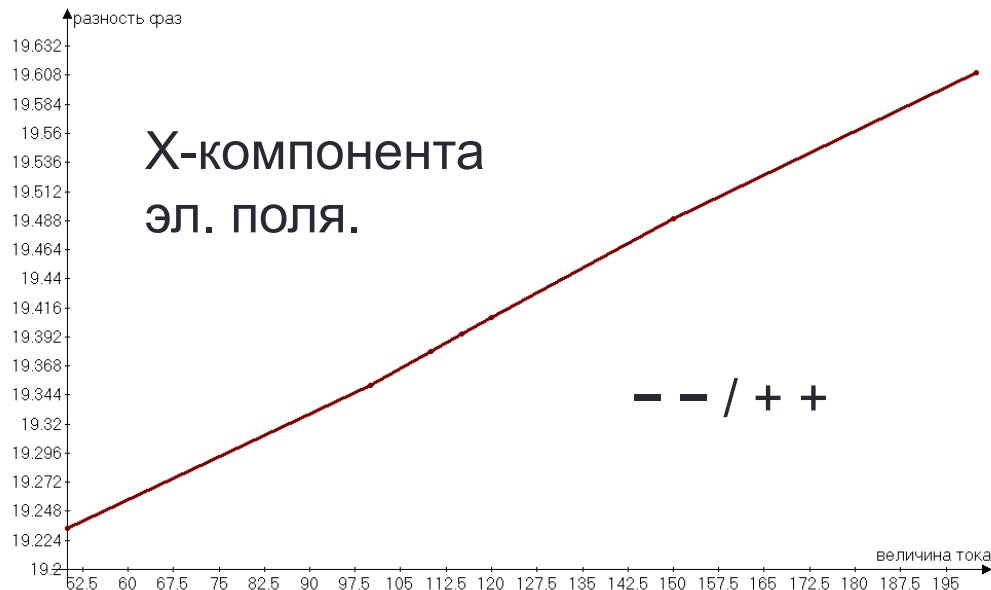
Длина кабелей 500 м.

Рабочая частота: 12 Гц.

Точность измерения приборов ≈ 0.5 град.

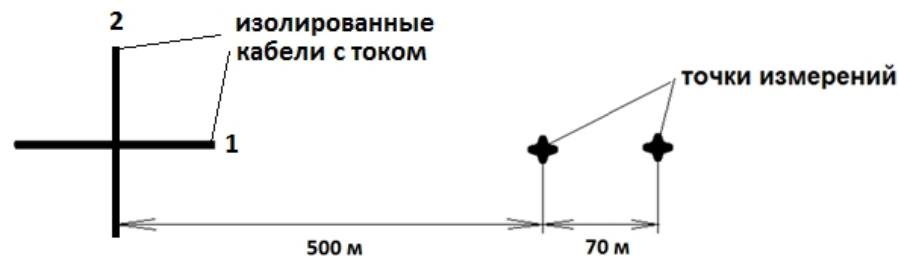
Объект представляет собой антиклинальную ловушку, заглубленную на 50 м (с учётом глинистых пластов) от границы «вода — подстилающая среда», протяжённостью 330 м и имеющую форму купола или арки.

Значения величины $\left| \ln(x(k_1, k_2, h, L_1)) \right| - \left| \ln(x(k_1, k_2, h, L_2)) \right|$ в градусах при различных знаках тока в кабелях и при различной величины тока во втором кабеле (в первом кабеле всегда 100 А)

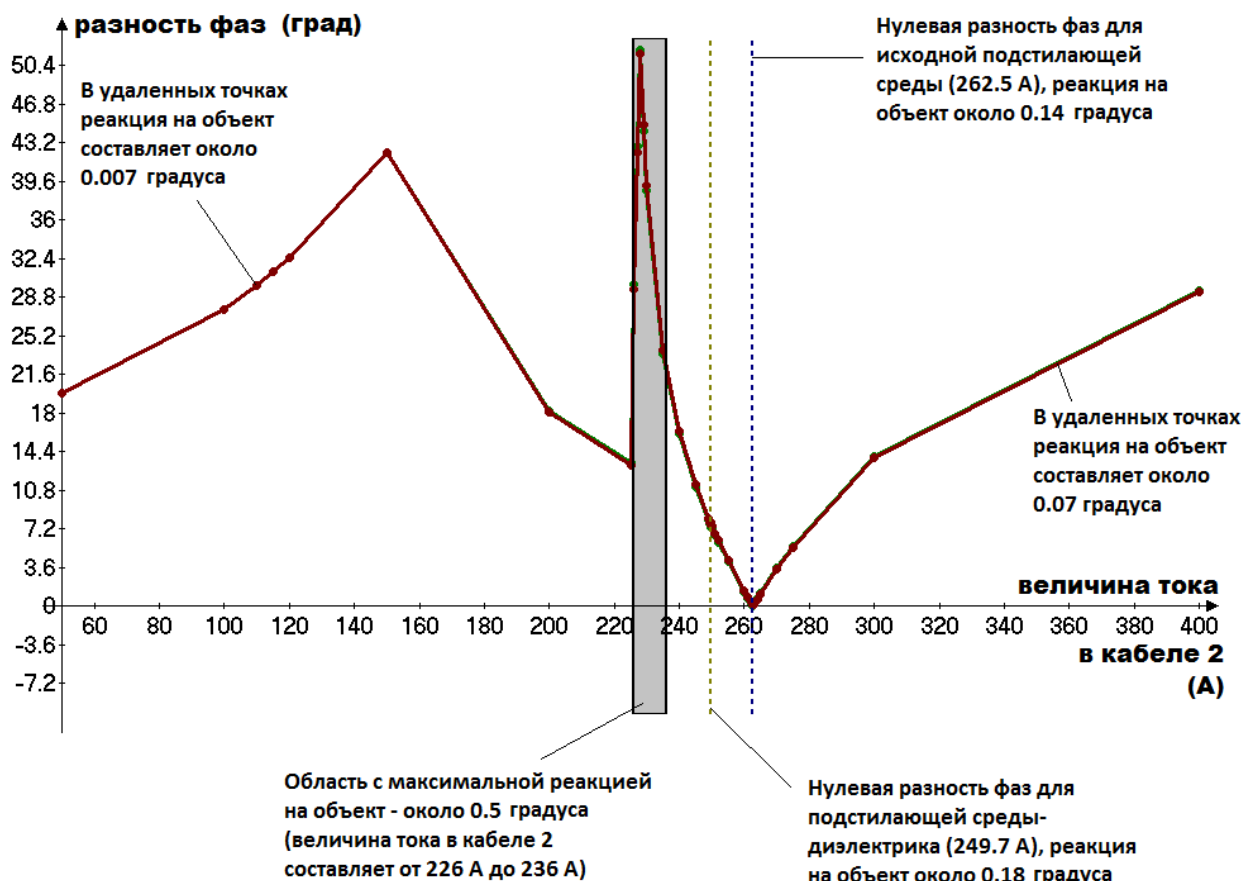
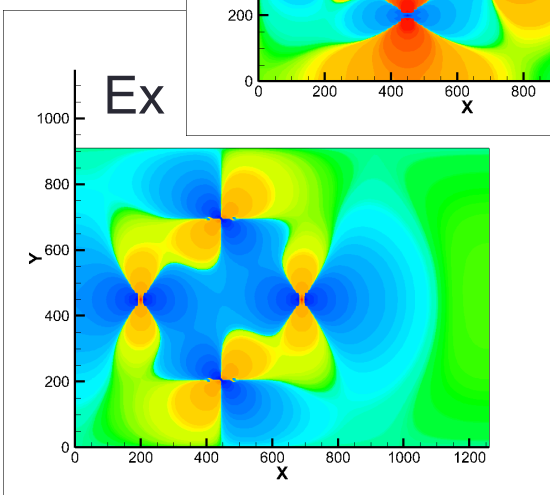


Начальная настройка установки путём подбора величины тока в кабелях

Начальная настройка установки производится либо для модели задачи без объекта, либо для такой модели, где в качестве подстилающей среды выступает диэлектрик (изолятор). Настройка производится путём изменения тока в кабеле №2 до тех пор, пока величина $\left| \ln(x(k_1, k_2, h, L_1)) \right| - \left| \ln(x(k_1, k_2, h, L_2)) \right|$ в измерительных электродах не составит нуля.

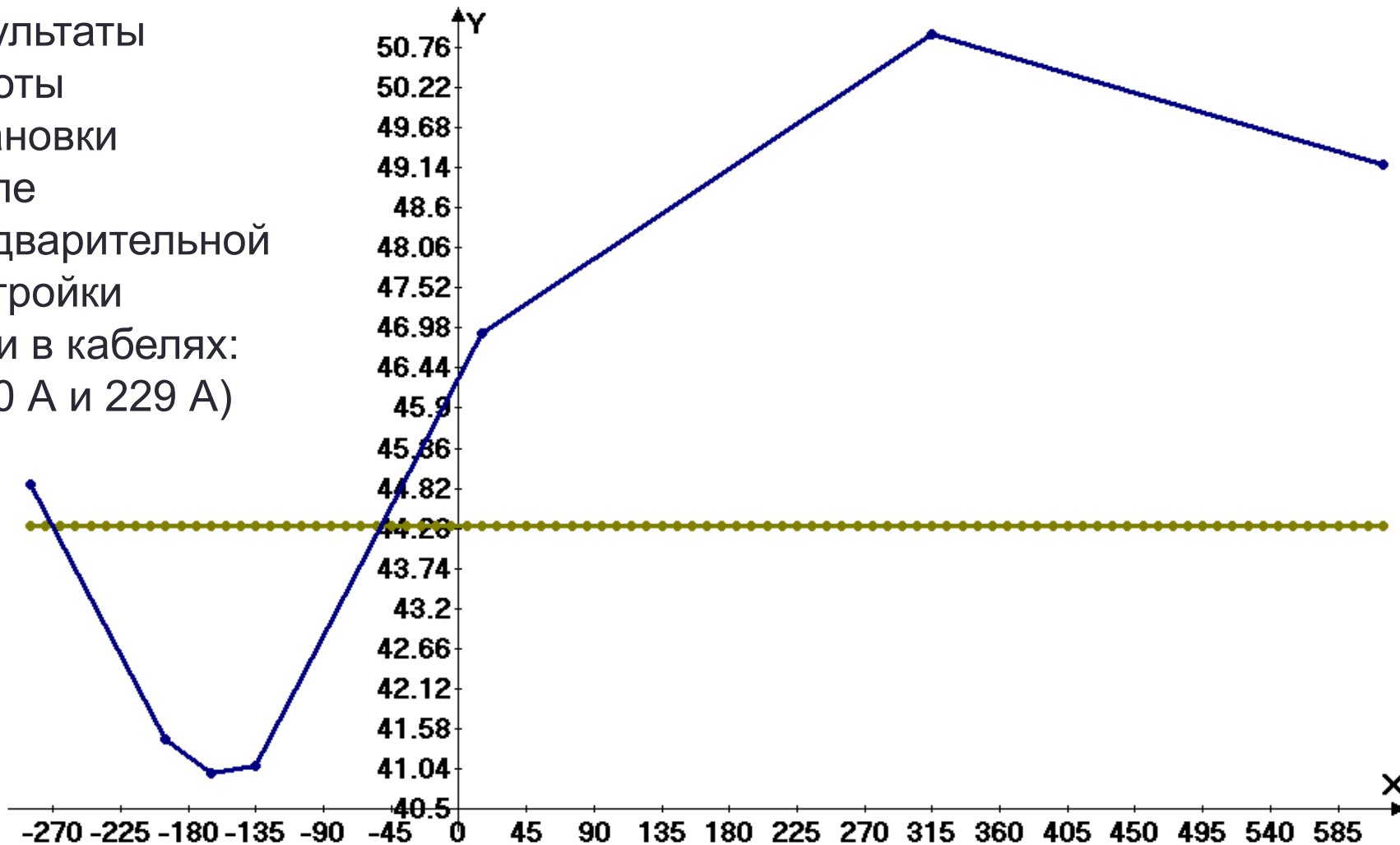


ВИД
сверху



Реакция на антиклинальную ловушку на частоте 12 Гц. Ось X — положение центра источника относительно центра антиклинальной ловушки (в метрах), ось Y — значение величины $\left| \ln(x(k_1, k_2, h, L_1)) \right| - \left| \ln(x(k_1, k_2, h, L_2)) \right|$ в градусах

Результаты работы установки после предварительной настройки (токи в кабелях: -100 А и 229 А)



7 положений установки над объектом, время счёта 1 положения — около 16 часов.

**Спасибо
за
внимание!**