ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНТЕНСИВНЫХ ПУЧКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ МЕТОДОМ ИТЕРАЦИЙ ПО ПОДОБЛАСТЯМ

В.М. Свешников

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия

Многопробочная ловушка ГОЛ-3

Математическая постановка задачи

$$\frac{d\overrightarrow{p_i}}{dt} = e_i(\vec{E} + \mu_0[\overrightarrow{v_i} \times \overrightarrow{H}]), \quad \overrightarrow{p_i} = \gamma_i m_i \overrightarrow{v_i}, \quad \gamma_i = \left(1 - \frac{v_i^{\ 2}}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}, \quad \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \vec{v}_i, \quad v_i = |\vec{v}_i|, \qquad (1)$$

$$\vec{r}_i\big|_{t=0} = \vec{r}_i^{\,0}, \quad \vec{v}_i\big|_{t=0} = \vec{v}_i^{\,0} \qquad (2)$$

$$div\,\vec{j} = 0, \quad \vec{j} = \rho\vec{v}, \qquad \vec{v} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\sum e_i \vec{v}_i}{\sum e_i} \qquad (3)$$

$$\Delta\varphi = -\frac{\rho(\varphi)}{\varepsilon_0}, \quad \vec{E} = -grad\,\varphi \qquad (4)$$

$$\varphi\big|_{\Gamma_1} = g_1, \quad \frac{\partial\varphi}{\partial\vec{n}}\bigg|_{\Gamma_2} = g_2 \qquad (5)$$

$$\overline{G} = G \bigcup \Gamma, \qquad \Gamma_1 \bigcup \Gamma_2 = \Gamma, \qquad C \subset \Gamma$$

$$\vec{j}\Big|_C = \vec{j}_C \tag{6}$$

Режим ограничения плотности тока объёмным зарядом

$$E\Big|_C = \frac{\partial \varphi}{\partial \vec{n}}\bigg|_C = 0 \tag{7}$$

Задача имеет особенность вида $\delta^{-1/3}$

Алгоритм нахождения плотности тока БЕЗ выделения прикатодной особенности

$$\Phi\left(j^n\right), \quad n = 0, 1, \dots$$

$$j^n = \omega j^{n+1/2} + \left(1-\omega\right) j^n, \quad 0 < \omega \le 1$$

Table 1. *Errors in the numerical calculation of the plane diode* <u>*without*</u> *the singularity isolation*

N_h^k	16	32	64	128
δ_φ	1,2	1,8	2,5	3,2

Новый алгоритм нахождения плотности тока С выделением прикатодной особенности

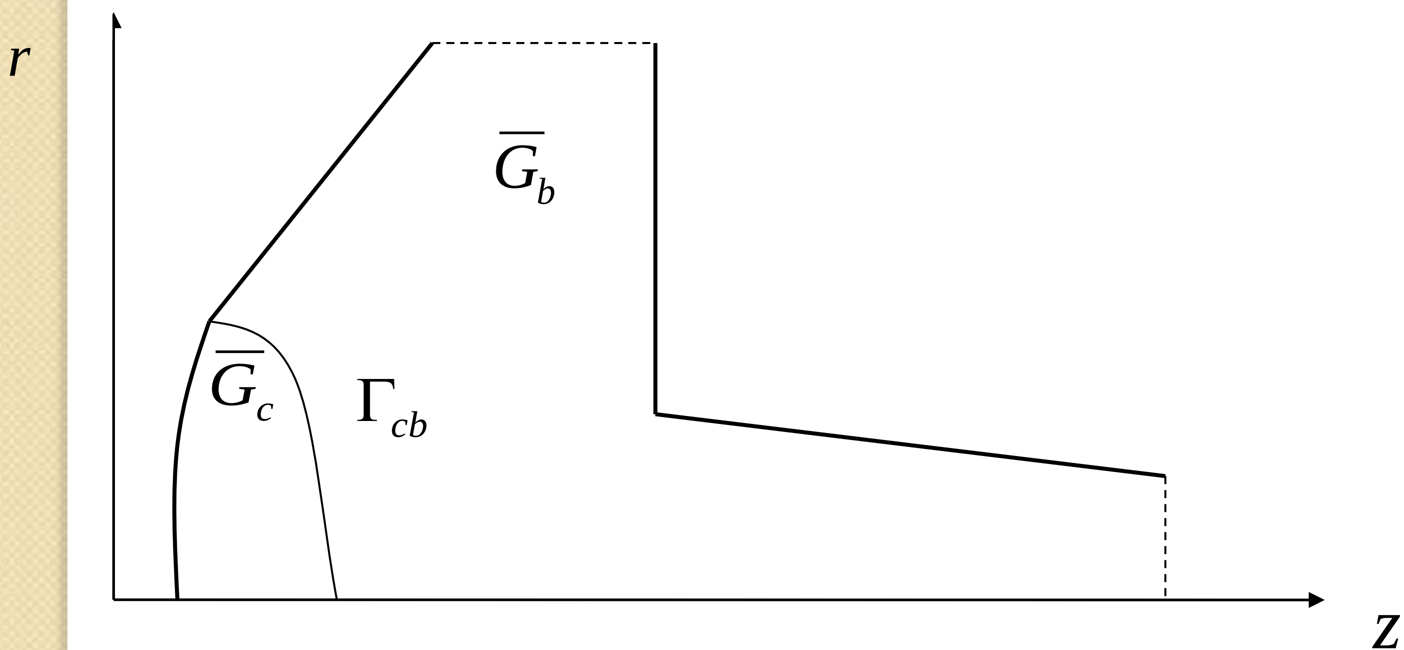


Fig.1. Декомпозиция расчётной области

Решение в прикатодной подобласти

a) Плоский катод

$$\varphi = w\left[\frac{x}{d}\right]^{4/3}$$

b) Сферический катод

$$\varphi = w\left[\frac{-\alpha(r)}{-\alpha(r_a)}\right]^{4/3}$$

$$-\alpha = -\mu + 0{,}3\mu^2 - 0{,}075\mu^3 + 0{,}0143182\,\mu^4 - 0{,}0021609\,\mu^5 + 0{,}00026791\,\mu^6 - \ldots, \qquad \mu = \ln\frac{r}{r_c}$$

c) Произвольный катод

$$\varphi = w\left(\frac{s}{d}\right)^{4/3}\frac{F(s)}{F(d)}$$

$$F = 1 + \frac{8}{15}Ts + \frac{83}{225}T^2 s^2 - \frac{7}{18}Ks^2$$

$$T = \kappa_1 + \kappa_2,\ K = \kappa_1\kappa_2,\ \ K_1 = -\frac{R'}{R},\ \kappa_1 = -\frac{R''}{Z'},\ \kappa_2 = \frac{Z'}{R},\ r = R(l),\ z = Z(l)$$

Численное решение в основной подобласти

$$\vec{r}_{i,b}^{\,0} = \vec{r}_{i,c} \qquad \vec{v}_{i,b}^{\,0} = \vec{v}_{i,c}$$

Нелинейное уравнение Пуанкаре -Стеклова

$$\left(\frac{\partial\varphi(w)}{\partial\vec{n}}\right)_c - \left(\frac{\partial\varphi(w)}{\partial\vec{n}}\right)_b = 0$$

Аппроксимация уравнения Пуанкаре –Стеклова системой нелинейных операторных уравнений

$$\omega = \{T_i \in \Gamma_{cb},\, i = 1,2,\ldots,N\}$$

$$f_i(w) \equiv d_{c,i}(w) - d_{b,i}(w) = 0, \quad i = \overline{1,N}$$

Решение системы нелинейных операторных уравнений

Метод Бройдена

$$J_n s^n = -F\left(w^n\right),$$

$$w^{n+1} = w^n + s^n$$

$$J_{n+1} = J_n + \frac{F(w^{n+1})\left(s^n\right)^T}{\left(s^n\right)^T s^n}$$

$$n = 0,1,\ldots \qquad F = \left\{f_i\right\}$$

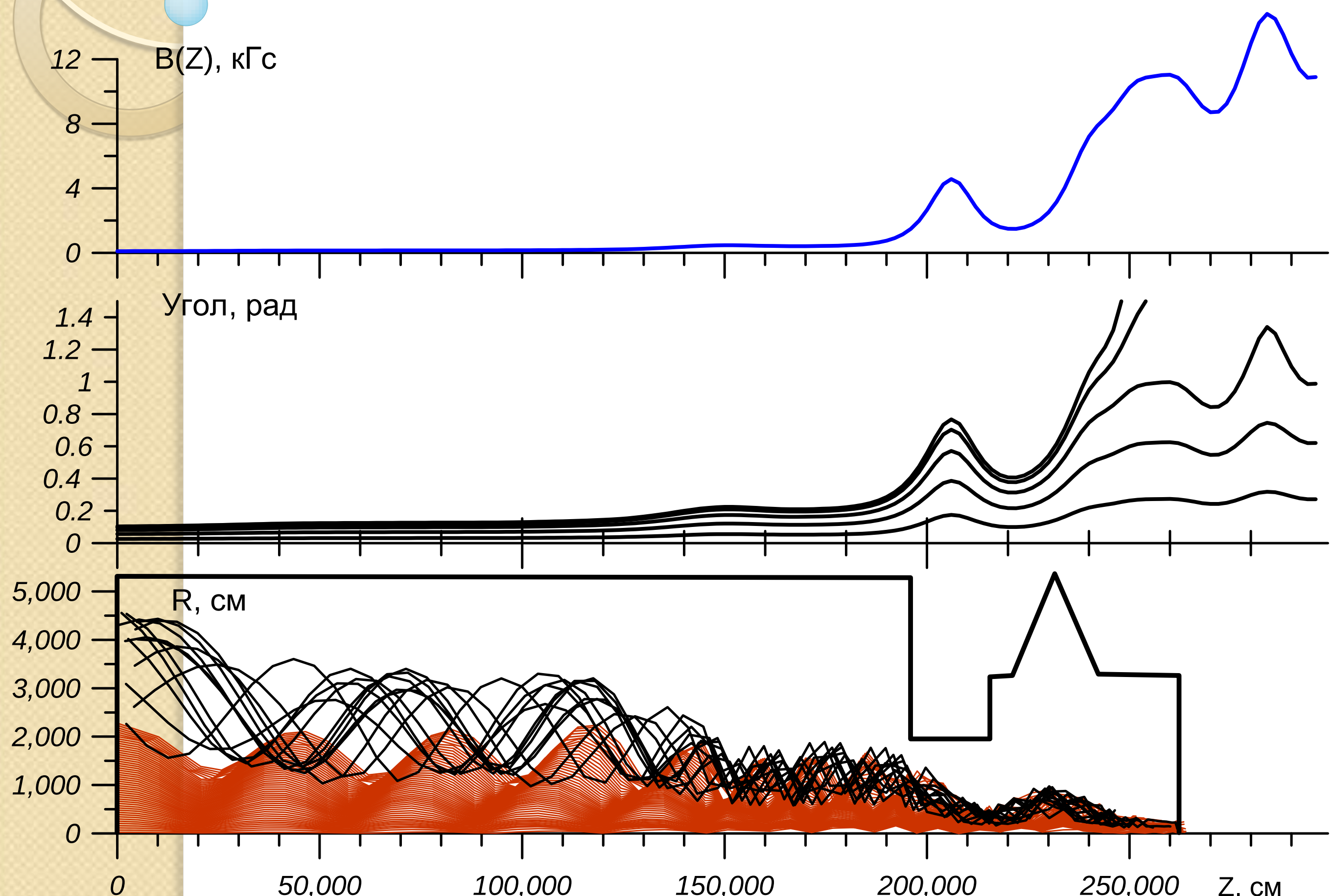
s^n, y^n векторы

J_n матрица

Таблица 1. Относительная погрешность вычисления плотности тока

n	0	1	2	3	4	5
ε%	95	48	12	1.1	0.08	0.06

Транспортировка пучка с током 90 А в плазме



θ_0 (Z~50 см) ~ 0.12 R/R_b

Проходит 58% тока пучка

Благодарю за внимание