

Математическое моделирование взаимодействия сверхмощного лазерного импульса с веществом с помощью РС-метода

Ечкина Е.Ю., Зайцева А.А.

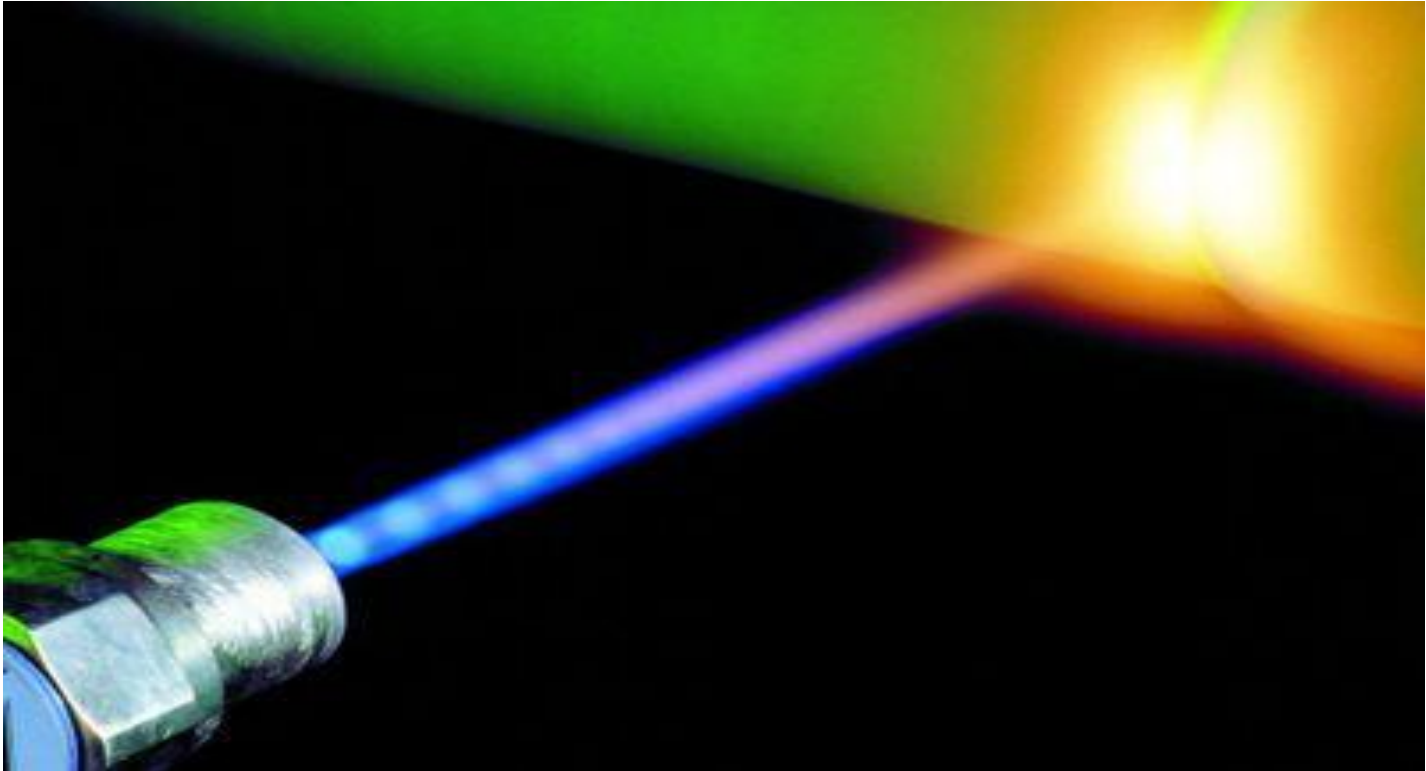
*Факультет вычислительной
математики и кибернетики,*

МГУ им. М.В. Ломоносова Москва Россия

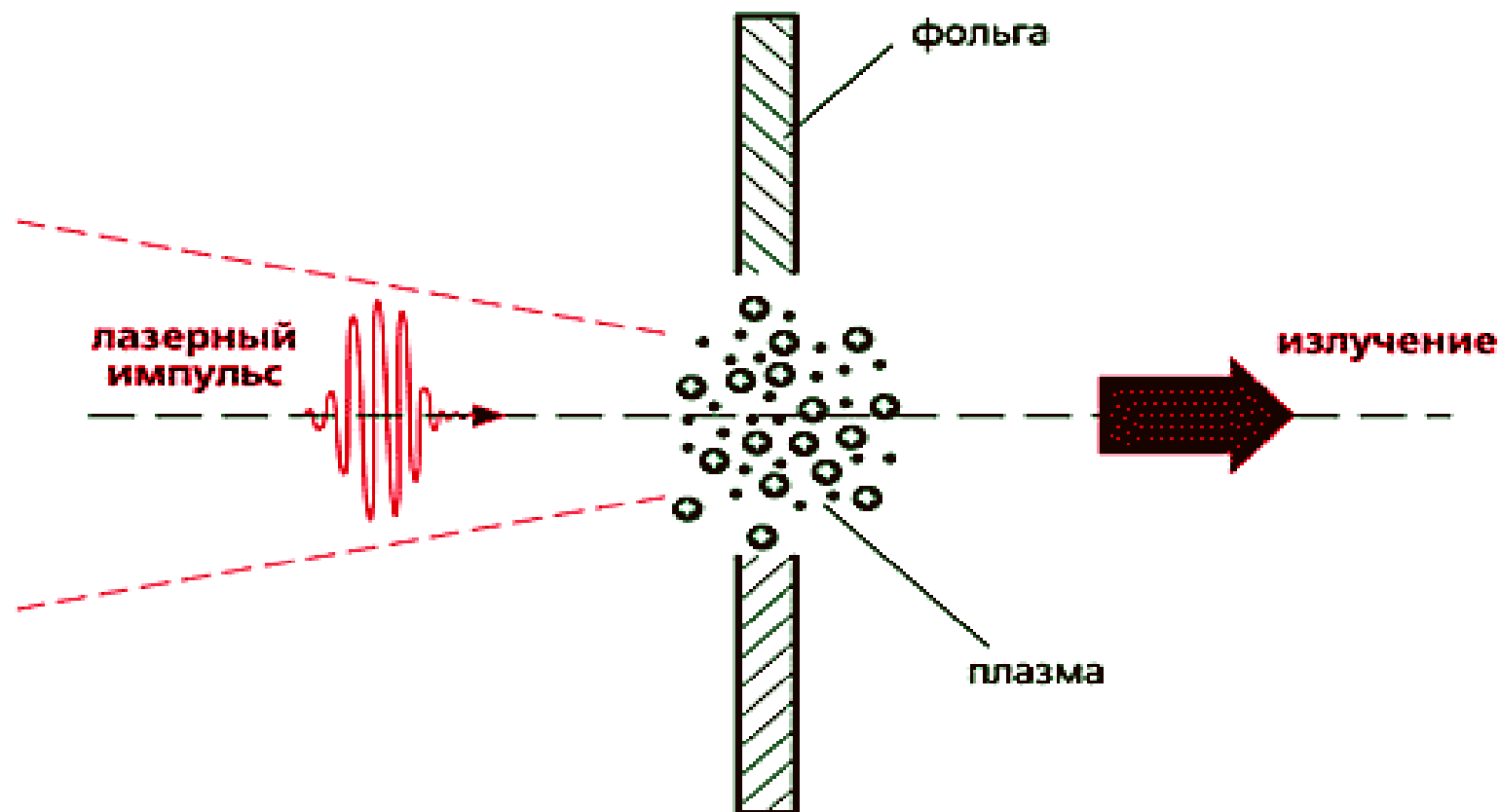
Содержание доклада

- Введение
- Математическая модель
- PIC-метод
- Результаты вычислительных экспериментов

Введение



Лазерное излучение обладает многими специфическими свойствами. Последние достижения в лазерной технике позволили получить сверхкороткие импульсы с большой интенсивностью.



Именно по причине специфических свойств лазерного излучения и возникает проблема взаимодействия лазерного излучения с веществом.

В частности, этот факт привел к активным теоретическим и экспериментальным исследованиям взаимодействия лазерного импульса с плазмой.

Применение

Одно из важнейших применений взаимодействия лазерного импульса с веществом - это адронная терапия.



Математическая постановка задачи

В области находится тонкий слой плазмы, состоящий из ионов и электронов. Импульс взаимодействует с плазмой, частично отражаясь и проходя через нее. Рассматриваемый физический процесс описывается уравнениями Власова и уравнениями Максвелла.

$$\frac{\partial f_{i,e}}{\partial t} + v \frac{\partial f_{i,e}}{\partial r} + F_{i,e} \frac{\partial f_{i,e}}{\partial p} = 0,$$

$$F_{i,e} = q_{i,e} \left(\vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{v}, \vec{B}] \right),$$

$$\text{rot} \vec{B} = \frac{4\pi}{c} j + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t},$$

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t},$$

$$\text{div} \vec{E} = 4\pi \rho,$$

$$\text{div} \vec{B} = 0.$$

$$\frac{1}{\lambda} \mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}$$

$$\frac{\omega}{2\pi} \cdot t \rightarrow t$$

$$\frac{e}{m_e c \omega} \cdot \mathbf{E} \rightarrow \mathbf{E}$$

$$\frac{e}{m_e c \omega} \cdot \mathbf{B} \rightarrow \mathbf{B}$$

$$\frac{8\pi^2 e}{m_e c \omega^2} \cdot \mathbf{J} \rightarrow \mathbf{J}$$

$$\frac{8\pi^2 e}{m_e \omega^2} \cdot \rho \rightarrow \rho$$

$$\frac{1}{\lambda} \cdot \mathbf{x}_\alpha \rightarrow \mathbf{x}_\alpha$$

$$\frac{1}{c} \cdot \mathbf{u}_\alpha \rightarrow \mathbf{u}_\alpha$$

В задачах релятивистской оптики обычно производится обезразмеривание на частоту и амплитуду лазерного импульса.

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \nabla \times \vec{B} - \vec{J},$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\nabla \times \vec{E},$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = \rho,$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0,$$

$$\frac{\partial \vec{u}_\alpha}{\partial t} = Q M_\alpha (\vec{E}(t, \vec{x}_\alpha) + \frac{\mathbf{u}_\alpha}{\gamma_\alpha} \times \vec{B}(t, \vec{x}_\alpha)),$$

$$\frac{\partial \vec{x}_\alpha}{\partial t} = \frac{\vec{u}_\alpha}{\gamma_\alpha}, \quad \gamma_\alpha = \sqrt{1 + |\mathbf{u}_\alpha|^2},$$

$$Q M_\alpha = 2\pi \frac{q_\alpha / m_\alpha}{e / m_e},$$

Общая схема РС метода

$$\frac{\partial q}{\partial t} + Aq = 0, \quad (1)$$

Здесь $q(u, t)$ - вектор - функция со значениями в \mathbb{R}^n ,
 u - вектор независимых переменных .

Схема расщепления :

на шаге τ :

$$\frac{\partial \tilde{q}}{\partial t} + E\tilde{q} = 0, \tilde{q}(t_p) = q(p\tau), \quad (2)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + Lq = 0, q(t_p) = \tilde{q}(t_p + \tau). \quad (3)$$

- Решение вспомогательной задачи (2) принято называть *эйлеровым этапом*. В разных методах РС для его реализации используются самые разные схемы.
- Решение вспомогательной задачи (3) принято называть *лагранжевым этапом*.

Соответствующие задаче (3) уравнения можно записать в следующей дивергентной форме:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial(q\vec{U})}{\partial u} = 0$$

$U = U(t, u)$ - вектор-функция со значениями в R^n

Схема расщепления по физическим процессам

- Применяя к уравнениям Власова-Максвелла общую схему метода PIC, введем расщепление по физическим процессам. На временном шаге τ оно приводит к решению двух вспомогательных задач.

Задача 1:

$$\frac{\partial \tilde{f}^{(1)}}{\partial t} = 0, \quad \tilde{f}^{(1)}(p\tau) = f(p\tau),$$

$$\frac{\partial \tilde{E}^{(1)}}{\partial t} = c \cdot \text{rot} \tilde{B}^{(1)} - 4\pi j, \quad \tilde{E}^{(1)}(p\tau) = E(p\tau)$$

$$\frac{\partial \tilde{B}^{(1)}}{\partial t} = -c \cdot \text{rot} \tilde{E}^{(1)}, \quad \tilde{B}^{(1)}(p\tau) = B(p\tau),$$

$$\text{div} \tilde{E}^{(1)} = 4\pi \rho, \quad \text{div} \tilde{B}^{(1)} = 0.$$

- Задача 2:

$$\frac{\partial \tilde{f}^{(2)}}{\partial t} + v \frac{\partial \tilde{f}^{(2)}}{\partial r} + \frac{\tilde{F}^{(1)}}{m} \frac{\partial \tilde{f}^{(2)}}{\partial v} = 0, \quad \tilde{f}^{(2)}(p\tau) = f(p\tau),$$

$$\frac{\partial \tilde{E}^{(1)}}{\partial t} = 0,$$

$$\frac{\partial \tilde{B}^{(1)}}{\partial t} = 0.$$

- Видно, что расщепление выделяет в динамике бесстолкновительной плазмы два физических процесса.
- Таким образом достигается приближенная факторизация системы Власова-Максвелла, причем система 1 отвечает эйлерову этапу, а система 2 – лагранжеву.

Реализация метода

Блок - схема расчетного цикла для задач динамики
бесстолкно вительной плазмы

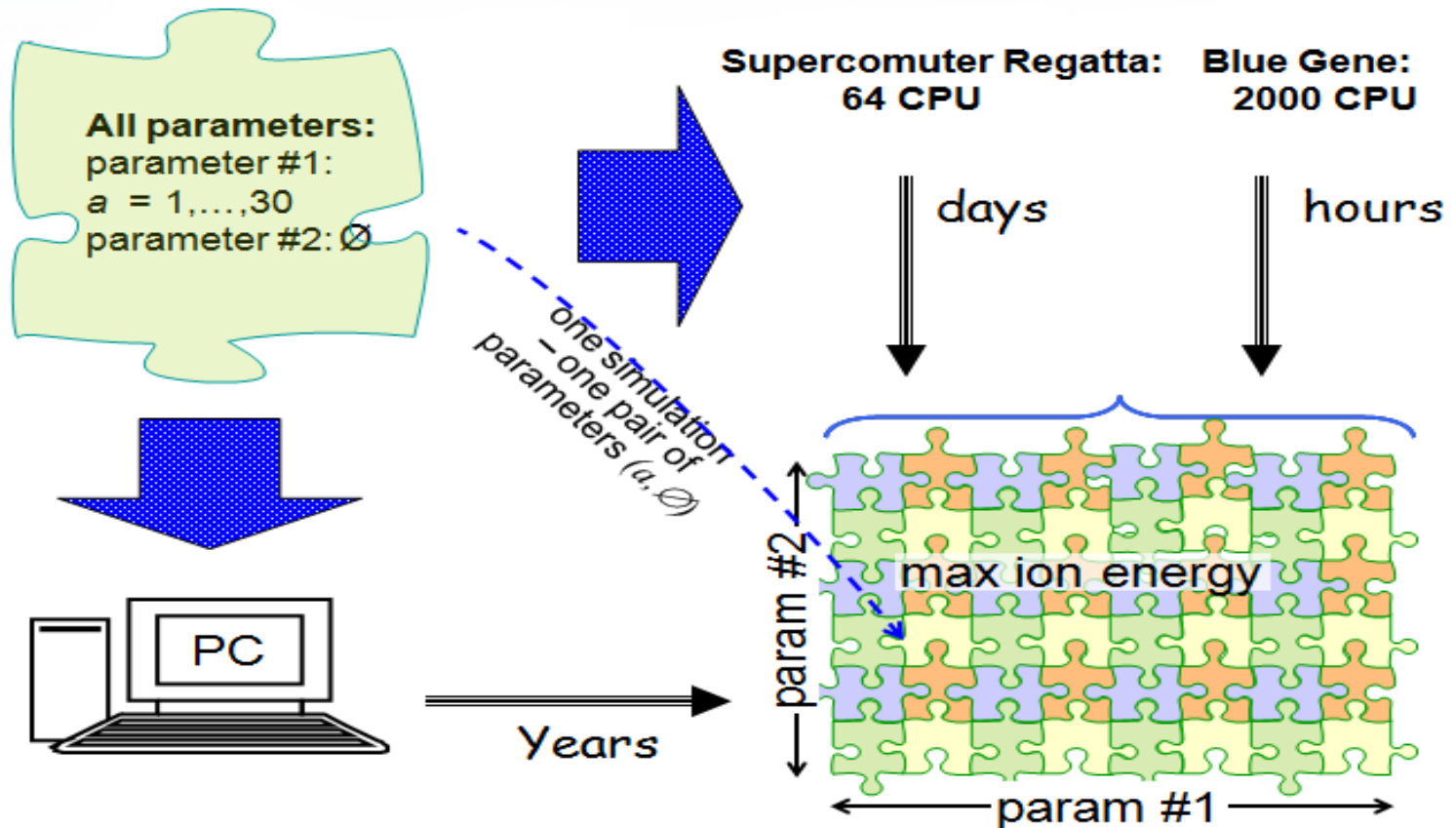
Вычисление
сеточных
функций
 $\{\rho_h^p, v_h^p\}$

Нахождение
сеточных полей
 $\{B_h^{p+1}, E_h^{p+1}\}$

Интерполяция
зарядов и
полей на
частицы

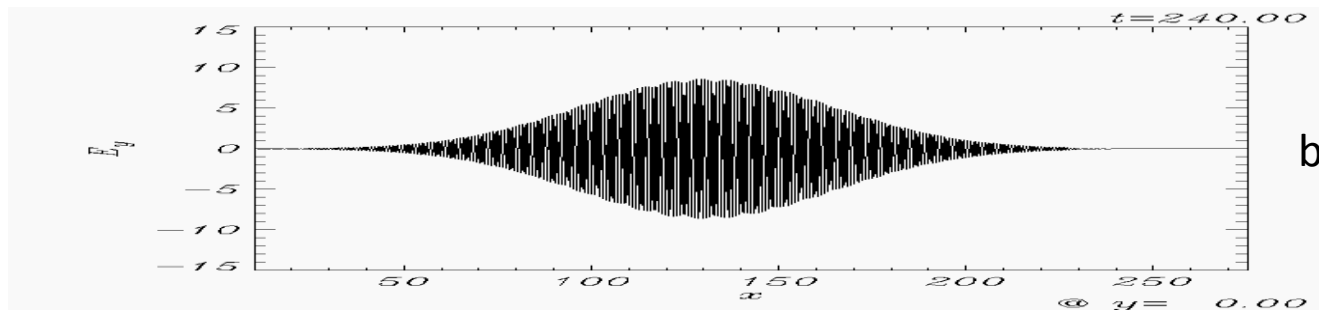
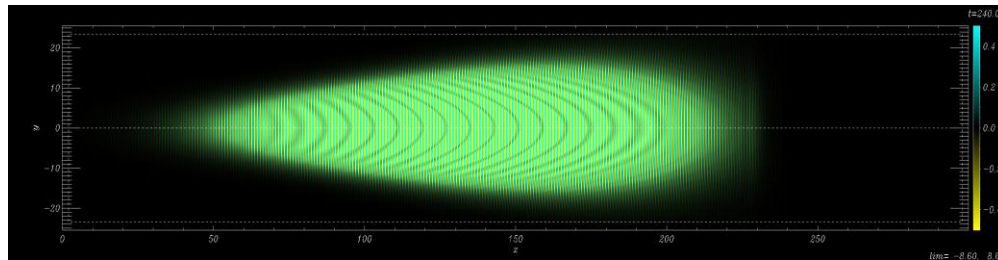
Интегрирование
уравнений
движения частиц

Результаты вычислительного эксперимента



Распространение лазерного импульса в вакууме

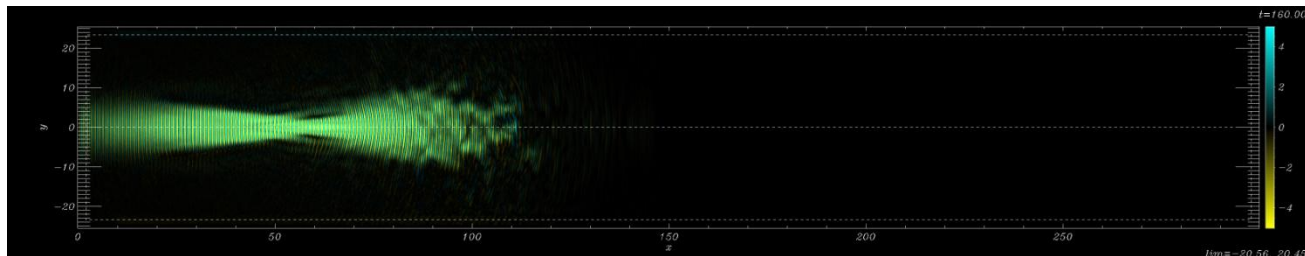
Гауссовский профиль с $a=10$, $L_x=100$, $L_y=12$,
Лазерный импульс в вакууме : a) $E_y(x,y)$, b) $E_y(x,y=0)$ at $t=240$



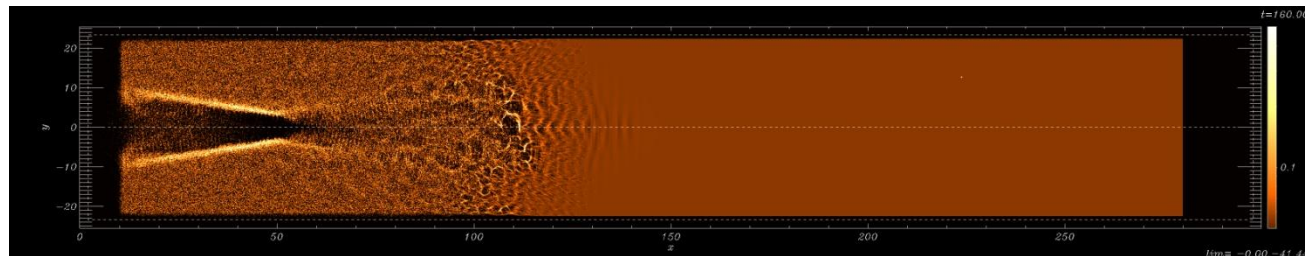
Самофокусировка лазерного импульса в плазме

Гауссовский профиль с $a=10$, $L_x=100$, $L_y=12$;
Плотность плазмы соответствует $\omega_p/\omega_0=0.333$

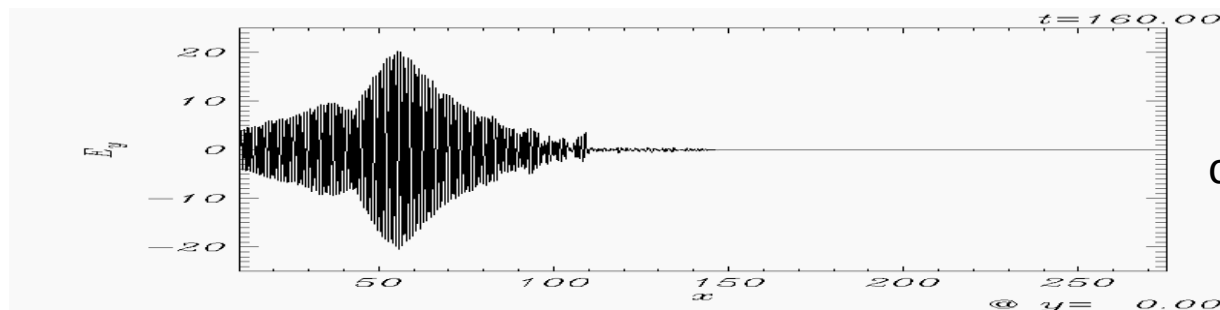
a) $E_y(x,y)$; b) $N_e(x,y)$; c) $E_y(x,y=0)$ at $t=160$



a)



b)



c)

Электрическое поле
возрастает в
точке
самофокусировки

Литература

- Bulanov S.V., Esirkepov T.Zh., Khoroshkov V.S., Kusnetsov A.V., Pegoraro F. «*Oncological hadrontherapy with laser ion accelerators*». Physics Letters A, 2002.
- Mourou G., Tajima T., Bulanov S.V. «*Optics in the relativistic regime*». Reviews of modern physics, volume 78, april-june, 2006.
- Echkina E.Yu., Inovenkov I.N., Esirkepov T.Zh. et al. «*Laser Physics*». Laser Physics. 2009. V.19 P.228

Спасибо за внимание!