

**КОНСТРУИРОВАНИЕ И ОБРАБОТКА
ИНФОРМАЦИОННОЙ МОДЕЛИ ИЗМЕЛЬЧИТЕЛЯ
ЗЕРНОВЫХ КУЛЬТУР КАК РАСПРЕДЕЛЕННОЙ
ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ**

Н.Б. Золотов, Н.В. Лимаренко, И.Е. Семёнов

*ФГБОУ ВПО «Донской государственный технический
университет», г. Ростов-на-Дону, Россия*

Проблема

Несмотря на бурное развитие методов вычислительной математики и соответствующего программного обеспечения, современные модели измельчения сыпучих материалов основаны на внешнем описании объекта, то есть являются существенно эмпирическими.

Требования

При проектировании дробильных устройств особенности и параметры конструкции определяются в результате компромисса нескольких противоречивых требований:

- ◆ качество измельчения (дисперсность, однородность);
- ◆ эффективность помола;
- ◆ устойчивость технологического процесса;
- ◆ ресурс оборудования.

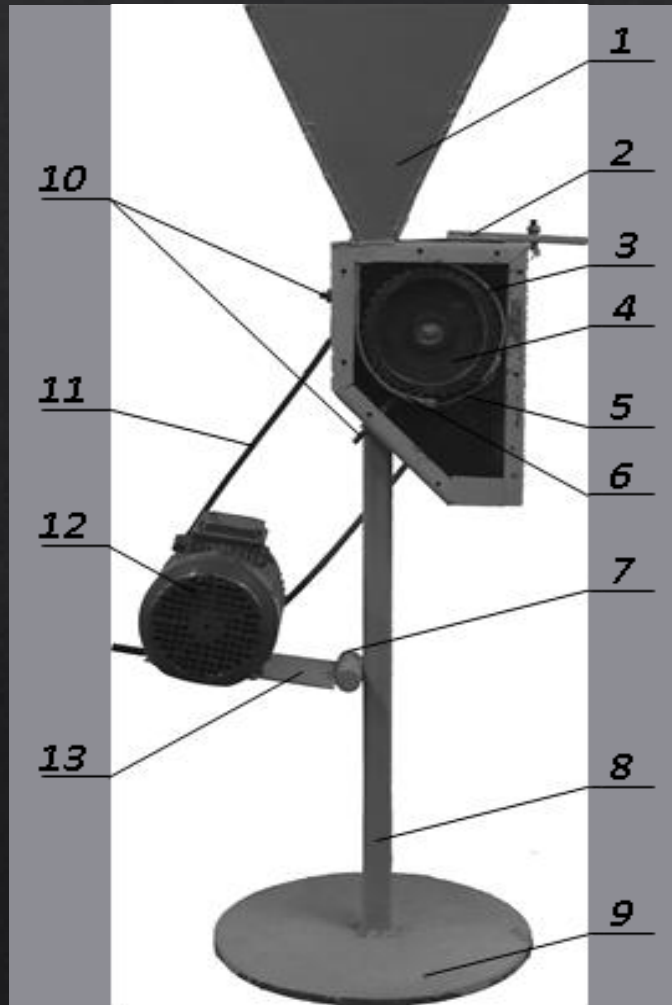
Цель

Целью проводимого авторами цикла исследований ставится построение математической модели, верно отражающей физическую сущность процесса измельчения, особенности конструкции дробильного устройства и динамику диссипации сыпучего материала.

Что нового?

Новизна предлагаемого подхода состоит в реализации идеи описать измельчение сыпучего материала в дробилке с позиций эволюции во времени функции распределения частиц по размерам.

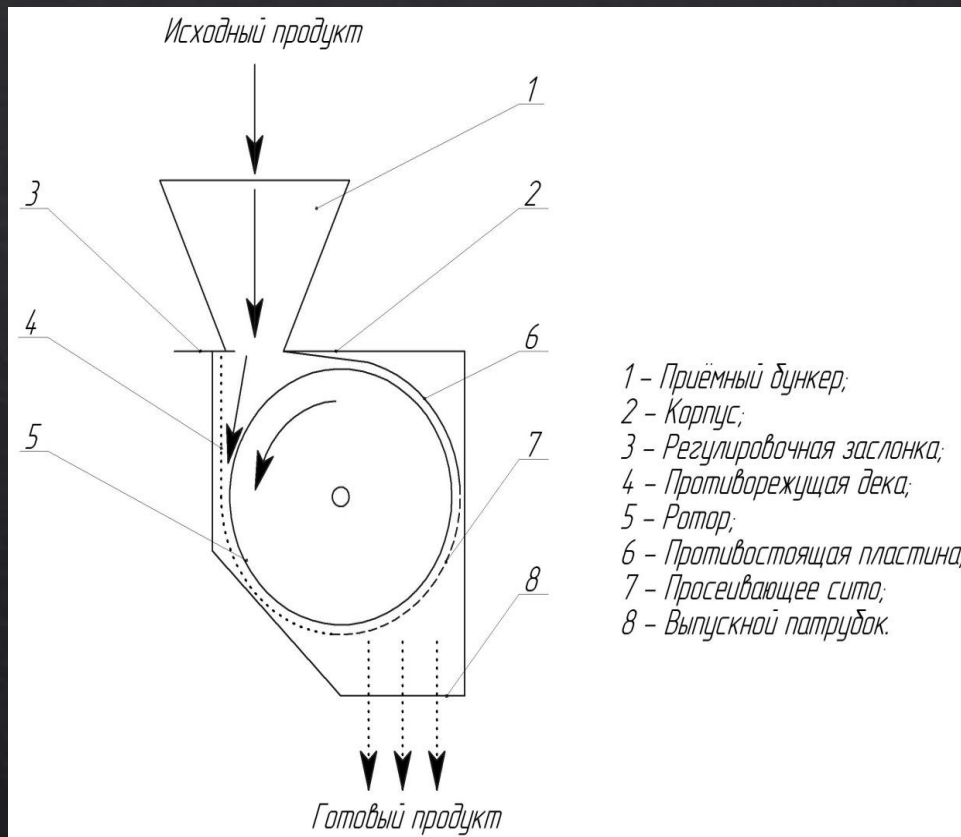
Общий вид измельчителя



Общий вид центробежно-роторного измельчителя зерна

- ◇ 1 – загрузочный бункер,
- ◇ 2 – регулировочная заслонка,
- ◇ 3 – противостоящая пластина;
- ◇ 4 – ротор,
- ◇ 5 – просеивающее сито,
- ◇ 6 – противорежущая дека,
- ◇ 7 – фиксирующая гайка,
- ◇ 8 – опорная стойка,
- ◇ 9 – основание,
- ◇ 10 – регулировочные болты,
- ◇ 11 – клиноременная передача,
- ◇ 12 – электродвигатель,
- ◇ 13 – подставка для электродвигателя





Функциональная схема измельчителя

- ◆ Экспериментальные исследования разрушения сои в условиях ударного резания проводились на измельчителе сконструированном Абрамовым А.А. Рабочий орган которого был спроектирован с учётом экспериментальных данных.



Моделирование процесса

Распределение перемалываемых частиц по размерам $F(x,t)$ описывается интегро-дифференциальным уравнением:

$$\frac{\partial F(x, t)}{\partial t} - v(x) \frac{\partial F(x, t)}{\partial x} = H(F(x, t)) \quad (1)$$

где t – момент времени;

$v(x)$ - скорость измельчения;

$H(F(x,t))$ - интегральный оператор, отвечающий поступлению цельного и отводу дробленого зерноматериала и, предположительно, допускающий аппроксимацию

$H(F(x, \infty)) \approx h(x)$.

Решение данного уравнения в общем виде

$$F[x, t] = \int_1^x -\frac{h[\omega]}{v[\omega]} d\omega + \Phi\left[t - \int_1^x -\frac{1}{v[\xi]} d\xi\right]$$

Подбор функций

◇ Возможными для интегрирования уравнения переноса в квадратурах представляются функции источника частиц $h[x]$ вида:

◇ $A \cdot e^{-\left(\frac{x-B}{Z}\right)^2}; (2)$

◇ $\frac{1}{1+x};$

◇ $\frac{A}{1+\left(x-\frac{B}{C}\right)^2};$

◇ $\frac{A}{1+\left(x-\frac{B}{C}\right)^2} - \frac{\alpha}{1+\left(x-\frac{\beta}{\gamma}\right)^2};$

◇ $\alpha x^\beta \text{Exp}[-\gamma x^{\beta+1}]; (3)$

◇ $\alpha x^\beta \text{Exp}[-\gamma x^{\beta+1}] - q \text{Exp}[-tx].$

◇ Функции отвода частиц $v(x)$:

◇ $kx + \frac{q}{x}$ - при различных механизмах дробления крупных и мелких частиц;

◇ kx^n - при использовании крупноячеистого сита.

Решение в квадратурах с наиболее удобными функциями

$$\partial_t F[x, t] + kx^n \partial_x F[x, t] = \alpha x^\beta \text{Exp}[-\gamma x^{\beta+1}] \quad \Leftarrow \quad \begin{array}{l} \text{Оптимальная форма} \\ \text{дифференциального уравнения.} \end{array}$$

Решение

↓

$$F[x, t] \rightarrow \frac{x^{-n} \left(-\alpha (x^{1+\beta} \gamma)^{\frac{n}{1+\beta}} \text{Gamma}\left[\frac{1-n+\beta}{1+\beta}, x^{1+\beta} \gamma\right] + kx^n (1+\beta) \gamma \Psi\left[\frac{x^{-n}(x+k(-1+n)tx^n)}{k(-1+n)}\right] \right)}{k(1+\beta)\gamma}$$

Сопоставление основных характеристик рассматриваемых функций

◆ Для адекватности замена должна, как минимум, удовлетворять трем (поскольку оба распределения трехпараметрические) независимым критериям. В качестве таковых выберем

1,2) Совпадение точек экстремума $(X_{max}; F(X_{max})) = (X_{max}; \varphi(X_{max}))$;

3) Совпадение радиусов кривизны $F(x)$ и $\varphi(x)$ в соответствующей точке.

Аналитическая связь между параметрами распределениями*

$$\{A, B, Z\} \leftrightarrow \{\alpha, \beta, \gamma\}$$

$$\begin{aligned} \diamond A &= \alpha \cdot \left(\left[\frac{\beta}{\gamma[\beta+1]} \right]^{\frac{\beta}{\beta+1}} \right) \cdot e^{-\frac{\beta}{\beta+1}} \\ B &= \left(\frac{\beta}{\gamma(\beta+1)} \right)^{\frac{1}{\beta+1}} \\ Z &= \frac{\sqrt{2} \left(\frac{\beta}{1+\beta} \right)^{\frac{1}{1+\beta}}}{\sqrt{-1 - \beta\sqrt{\beta}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \diamond \alpha &= A \cdot e^{\frac{\frac{1}{2}\sqrt{1+\frac{8B^2}{Z^2}}}{1+\frac{1}{2}\sqrt{1+\frac{8B^2}{Z^2}}}} \cdot B \\ \beta &= \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{8B^2}{Z^2}} \\ \gamma &= \frac{B^{-1-\frac{1}{2}\sqrt{1+\frac{8B^2}{Z^2}}} \sqrt{1 + \frac{8B^2}{Z^2}}}{2 + \sqrt{1 + \frac{8B^2}{Z^2}}} \end{aligned}$$

*удовлетворяющие выбранным критериям

Дополнительно справедливость предлагаемой замены проверим путем сопоставления статистически значимых параметров модельных распределений

$$F[x, A, B, Z] = A \cdot e^{-\left(\frac{x-B}{Z}\right)^2}$$

$$\diamond M[x] = B = \left(\frac{\beta}{\gamma(\beta+1)}\right)^{\frac{1}{\beta+1}}$$

$$D[x] = \frac{Z^2}{2} = \frac{\left(\frac{\beta}{1+\beta}\right)^{-1+\frac{2}{1+\beta}}}{(1+\beta)^2}$$

и

$$\varphi(x, \alpha, \beta, \gamma) = \alpha \cdot x^\beta \cdot e^{-\gamma \cdot x^{\beta+1}}$$

$$\diamond M[x] = \frac{\gamma^{-\frac{1}{1+\beta}} \text{Gamma}\left[\frac{1}{1+\beta}\right]}{1+\beta}$$

$$D[x] = \frac{\gamma^{-\frac{2}{1+\beta}} \left(-\text{Gamma}\left[\frac{1}{1+\beta}\right]^2 + (1+\beta)^2 \text{Gamma}\left[\frac{3+\beta}{1+\beta}\right]\right)}{(1+\beta)^2}$$

Математическое
ожидание

Дисперсия

Оценки погрешности статистических параметров распределения частиц (перемалываемого зерноматериала) по размерам при использовании предлагаемого модельного распределения.

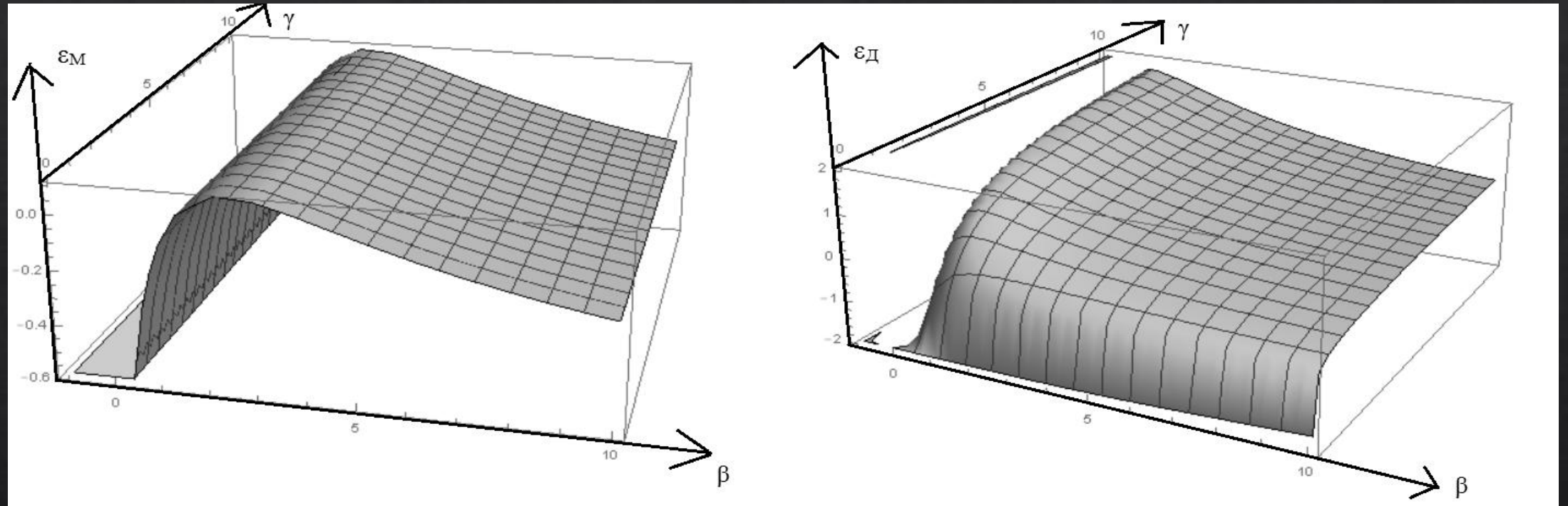


Рис.1. Относительная погрешность математического ожидания ε_M (а) и дисперсии ε_D (б) при использовании распределения (3) вместо (2).

При сопоставлении распределений (2) и (3) учитывалось то обстоятельство, что коэффициенты A и α фигурируют в них линейным образом, следовательно, могут и должны быть исключены из рассмотрения.

$$F[x, A, B, Z] = A \cdot e^{-\left(\frac{x-B}{Z}\right)^2}$$

$$\varphi(x, \alpha, \beta, \gamma) = \alpha \cdot x^\beta \cdot e^{-\gamma \cdot x^{\beta+1}}$$

Асимметрия

$$A = 0;$$

$$\diamond A = \frac{\gamma^{-\frac{3}{1+\beta}} (2\text{Gamma}\left[\frac{1}{1+\beta}\right]^3 + (1+\beta)^3 \text{Gamma}\left[\frac{4+\beta}{1+\beta}\right] + 6\beta \text{Gamma}\left[\frac{2}{1+\beta}\right] \text{Gamma}\left[-1 + \frac{1}{1+\beta}\right])}{(1+\beta)^3 \left(\frac{\gamma^{-\frac{2}{1+\beta}} (-\text{Gamma}\left[\frac{1}{1+\beta}\right]^2 + (1+\beta)^2 \text{Gamma}\left[\frac{3+\beta}{1+\beta}\right])}{(1+\beta)^2} \right)^{3/2}}$$

Эксцесс

$$E = 3;$$

$$E = \frac{-3\text{Gamma}\left[\frac{1}{1+\beta}\right]^4 + 12(1+\beta)\text{Gamma}\left[\frac{1}{1+\beta}\right]^2 \text{Gamma}\left[\frac{2}{1+\beta}\right] - 12(1+\beta)^2 \text{Gamma}\left[\frac{1}{1+\beta}\right] \text{Gamma}\left[\frac{3}{1+\beta}\right] + (1+\beta)^4 \text{Gamma}\left[\frac{5+\beta}{1+\beta}\right]}{\left(\text{Gamma}\left[\frac{1}{1+\beta}\right]^2 - (1+\beta)^2 \text{Gamma}\left[\frac{3+\beta}{1+\beta}\right] \right)^2}$$

Продолжение оценки погрешности статистических параметров

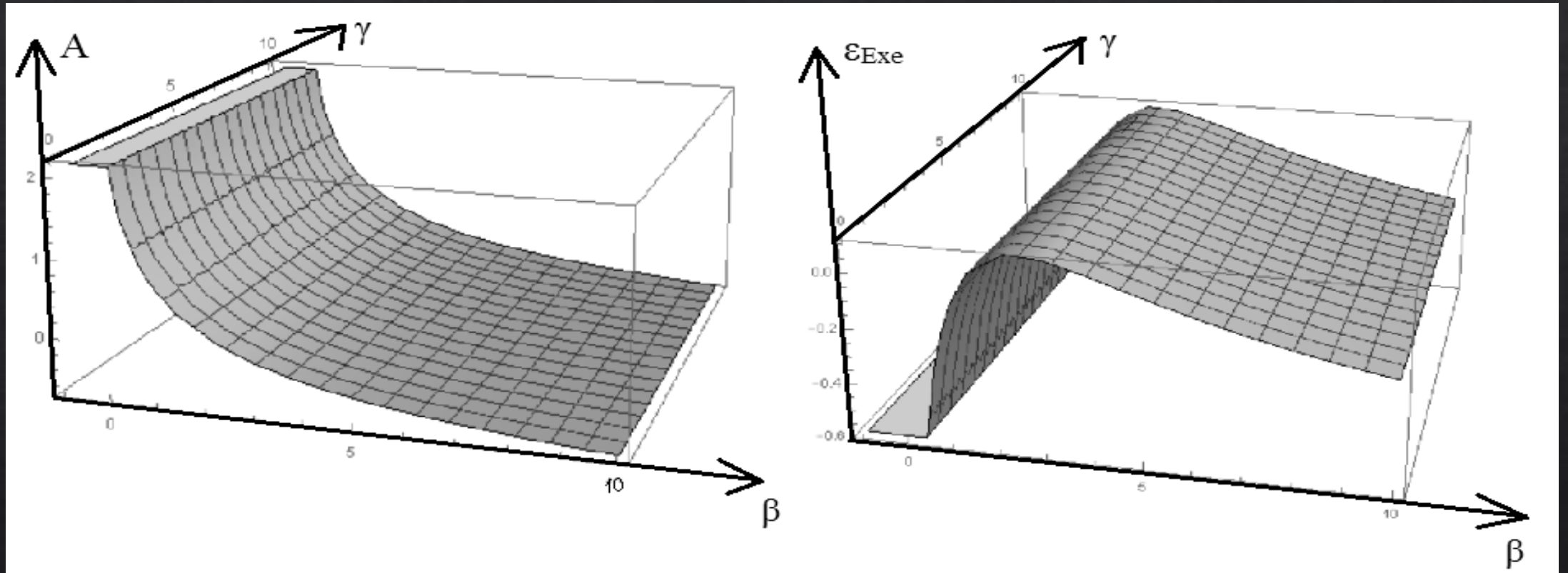


Рис. 2. Величина асимметрии модельного распределения (3) – (а) и относительная погрешность эксцесса $\epsilon_{E_{xe}}$

Результаты

- ◆ Не удобное для аналитического интегрирования трехпараметрическое распределение (2) можно заменить приближенной функциональной зависимостью (3).

- ◆ При выполнении условий:

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall \alpha \\ 2.6 \lesssim \beta \lesssim 3.7 \\ \frac{\beta}{5} \lesssim \gamma \lesssim \frac{\beta}{2} \end{array} \right.$$

погрешность предложенной замены не превышает 20 % для таких характеристик распределения как математическое ожидание, дисперсия и эксцесс; асимметрия предложенного распределения также не превосходит по абсолютной величине 0.2.

- ◆ Использование предложенной замены существенно упрощает получение технически значимых решений уравнения (1) в квадратурах.

Спасибо за внимание.